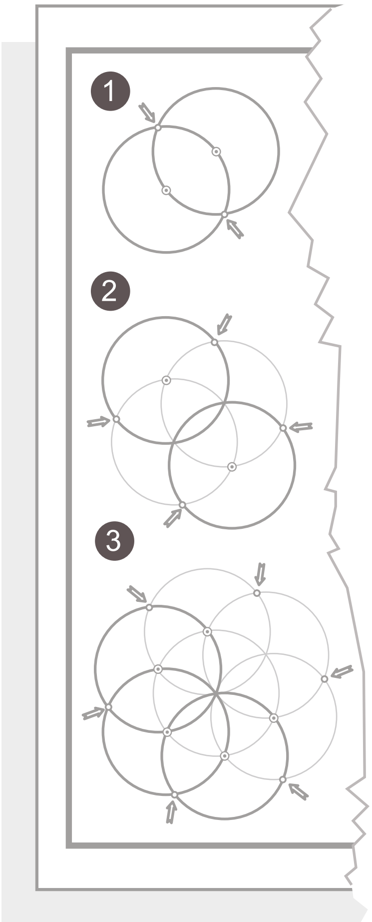
MUY IMPORTANTE: Debes de tener la mina del compás bien afilada. Es muy importante que mantengas siempre la misma abertura de compás y que hagas centro en el punto exacto.



RED DE CIRCUNFERENCIAS 1

Se trata de llenar la lámina (formato A4) de circunferencias de 2'5 cm. de radio. Pero has de seguir un orden y unas pautas concretas:

1º- Traza una circunferencia de 2'5 cm de radio en cualquier lugar de la lámina.

2º-Traza otra circunferencia de 2'5 cm de radio haciendo centro en cualquier punto de la primera circunferencia.

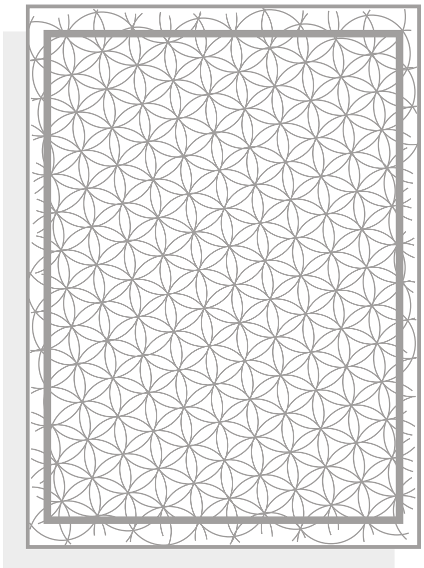
3º- Los dos puntos donde se cortan las circunferencias son nuevos puntos para hacer centro y trazar nuevas cirunferencias del mismo radio.

4º A medida vayas haciendo circunferencias irás obteniendo nuevos puntos donde deberás hacer centro para trazar más circunferencias (¡¡TODAS CON 2'5 cm. DE RADIO!!)

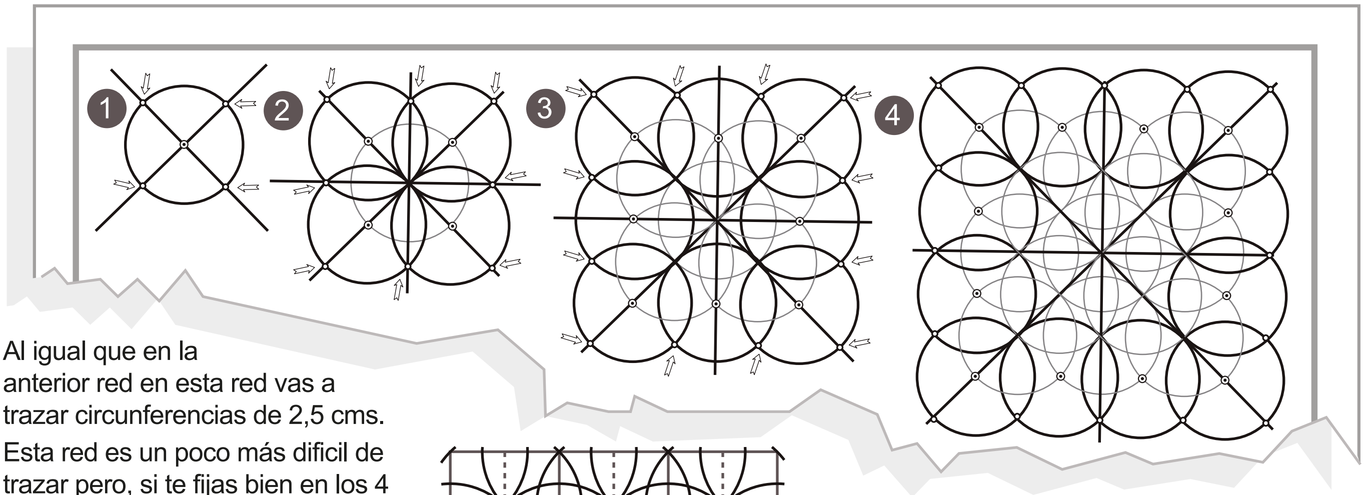
5º Rellena toda la lámina. Aunque las circunferencias se salgan del margen dibújalas completas, pues donde se corten tendrás nuevos puntos donde hacer centros de otras circunferencias, parte de las cuales sí quedarán dentro del margen.

6º Borra todo lo que queda fuera del margen.

7º COLOREA TODA LA LÁMINA: Si sigues un orden concreto (por ejemplo, triángulos arqueados de un color y "pétalos" de otro color) obtendrás una red de circunferencias coloreada.



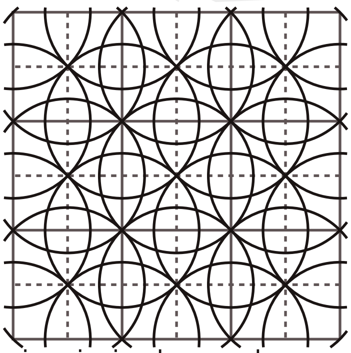
RED DE CIRCUNFERENCIAS 2



Al igual que en la anterior red en esta red vas a trazar circunferencias de 2,5 cms.

Esta red es un poco más dificil de trazar pero, si te fijas bien en los 4 pasos que se muestran arriba, seguro que eres capaz de conseguirla.

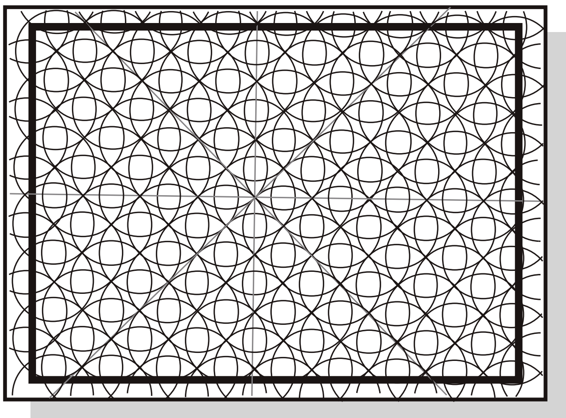
En esta red los centros forman cuadrados, pero también se esconen triángulos.



PARA COLOREAR:

Si quieres puedes unir todos o algunos de los centros de circunferencias siguiendo un orden repetitivo, siempre la misma pauta, la misma forma de unir los centros. creando un mosaico o teselado de polígonos.

En cuanquier caso, tienes que colorear cada pieza del mosaico a siguiendo un orden repetitivo, utilizando pocos colores.

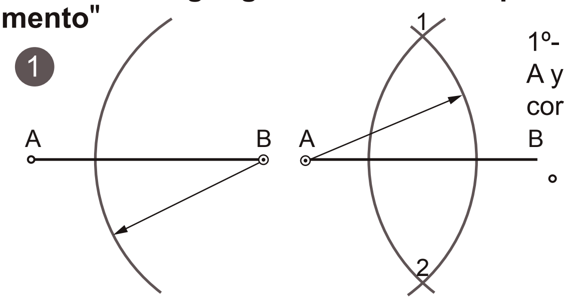


cc BY NC ND

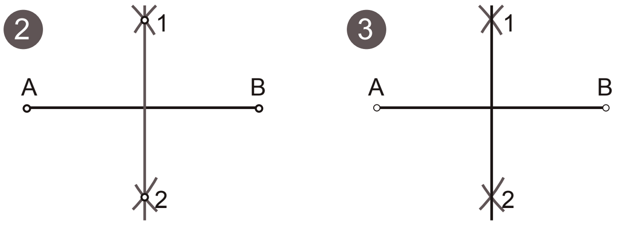
Mediatriz de un segmento:

Dado un segmento AB, hallar la mediatriz.

La mediatriz de un segmento es una recta perpendicular a este por su punto medio. También se puede definir como "el **lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de los extremos de un segmento"**



1º- Se trazan dos arcos de igual rádio con centro en ambos extremos A y B. Se obtienen así los puntos 1 y 2 donde ambos arcos se cortan.



2º- Se unen los puntos 1 y 2 para obtener la mediatriz.

3º- Se pasa el resultado a tinta.

Perpendicular a un segmento o semirecta por un extremo:

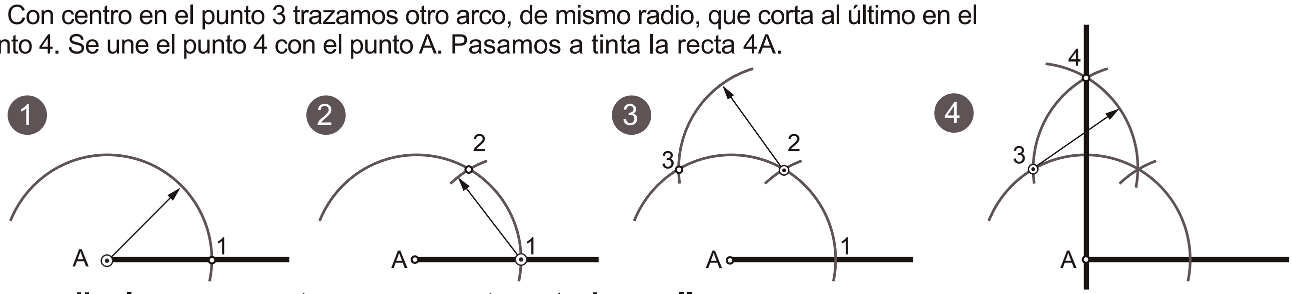
Dado un segmento AB, trazar la perpendicular por el punto A.

1º- Con centro en A se traza un arco (casi una semicircunferencia) que corta al segmento en el punto 1.

2º- Con centro en el punto 1 se traza otro arco con el mismo radio que corta al anterior arco en el punto 2.

3º- Con centro en el punto 2 y mismo radio se traza otro arco que corta al primero en el punto 3.

4º- Con centro en el punto 3 trazamos otro arco, de mismo radio, que corta al último en el punto 4. Se une el punto 4 con el punto A. Pasamos a tinta la recta 4A.

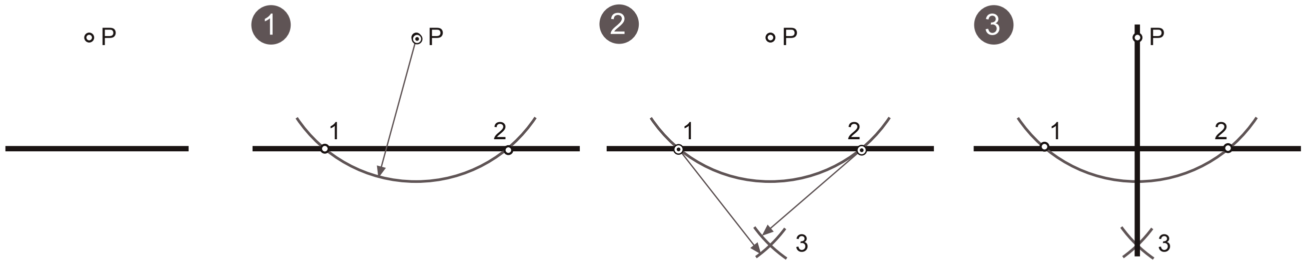


Perpendicular a una recta por un punto exterior a ella:

1º-Con centro en P se traza un arco de circunferencia que corte a la recta en dos puntos: 1 y 2.

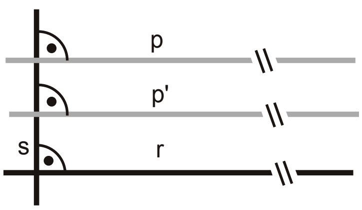
2º-Con centro en los puntos 1 y 2, se trazan dos arcos de radio mayor a la mitad de la distancia entre ellos. Donde ambos arcos se cortan obtenemos el punto 3.

3º-Se une el punto 3 y el punto P.

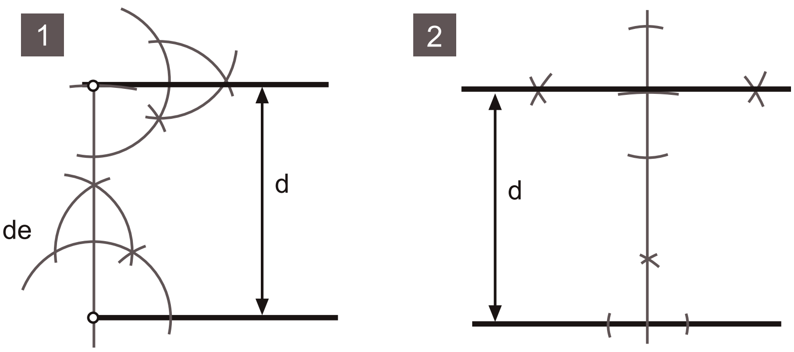


Paralela a una recta a una distancia dada (d) :

La distancia entre una recta y otra es la medida que se toma sobre una recta perpendicular a ambas.
Si tenemos una recta (r), y una recta prependicular (s), cualquier recta perpendicular (p) a (s) será paralela a (r).



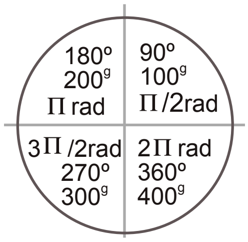
Por lo tanto podemos emplear cualquiera de los metodos de "perpendicularidad" para resolver este problema. A la derecha te mostramos dos de ellos.



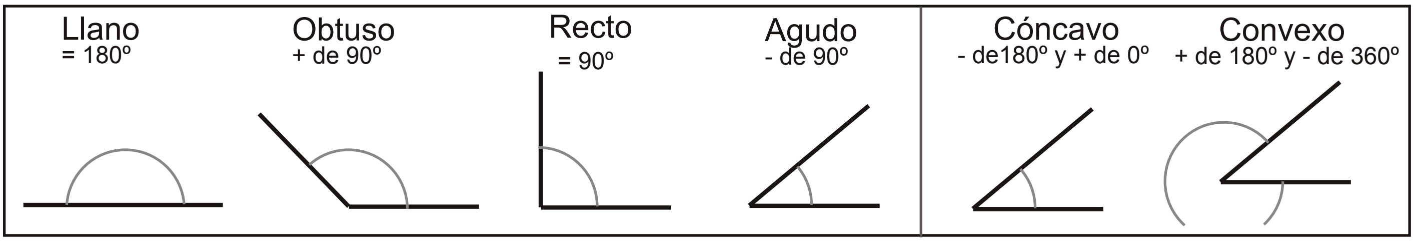
BY NC ND

ÁNGULO: Es la porción de plano comprendida entre dos semirectas llamadas lados que parten de un punto en común llamado vértice.

UNIDADES DE MEDIDA: Existen varias unidades para medir los ángulos: Generalmente en geometría se emplean los grados sexagesimales.
La circunferencia tiene un total de 360º sexagesimales y cada circunferencia tiene cuatro águlos rectos que miden 90º cada uno.



TIPOS DE ÁNGULOS SEGÚN SU MAGNITUD



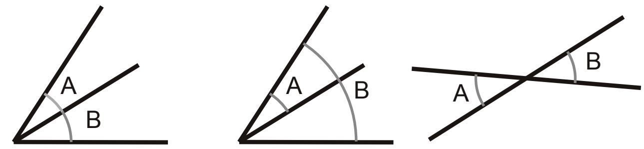
RELACIONES ANGULARES

Relaciones angulares SEGÚN SU POSICIÓN

Ángulos Adyacentes: Son aquellos que comparten un lado y el vértice, pero no tienen ningún punto en común.

Ángulos Consecutivos: Son los que comparten un vértice y un lado (se superponen).

Ángulos Opuestos: Son los formados por semirectas opuestas.



ADYACENTES CONSECUTIVOS OPUESTOS

Relaciones angulares SEGÚN SU MAGNITUD

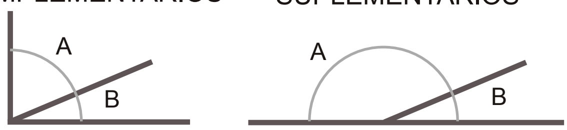
Ángulos Complementarios: Son aquellos que suman 90º

Ángulos Suplementarios: Son los que suman 180º.

Ángulos Conjugados: Son los que suman 360º.

ADYACENTES (no tienen por qué serlo)

COMPLEMENTARIOS SUPLEMENTARIOS



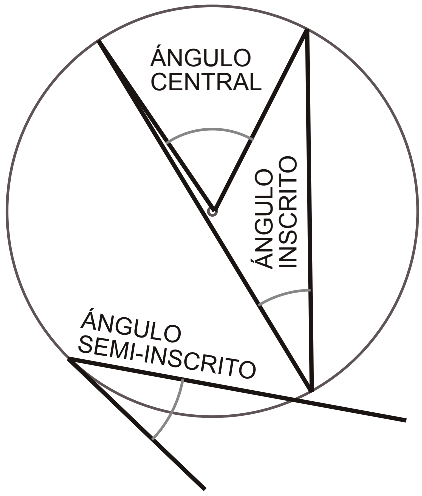
ÁNGULOS EN LOS POLÍGONOS

Ángulo Interior (o interno):Es el formado, dentro del polígono, por los lados adyacentes o consecutivos.

Ángulo Exterior(o externo):Es el formado, fuera del polígono por un lado y la prolongación del adyacente o consecutivo.

ÁNGULO INTERIOR ÁNGULO EXTERIOR

ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA



Ángulo central:Es el que tiene su vértice en el centro de la circunferencia y sus lados la cortan en dos puntos.

Su amplitud es igual a la del arco que abarca.

Ángulo Inscrito: Es aquel que tiene su vértice en la circunferencia y sus lados la cortan en dos ptos.

Su amplitud es igual a la mitad del arco que abarca.

Ángulo Semi-inscrito: Su vértice está en la circunferencia, uno de sus lados es tangente a ella, siendo el vértice el punto de tangencia, el otro lado la corta.

Ángulo interior: Su vértice está dentro de la circunferencia.

Su amplitud es igual a la suma de la amplitud del arco que abarcan sus lados más la aplitud del arco que abarcan sus prolongaciones

Ángulo Exterior: Su vértice está fuera de la circunferencia.

Su amplitud es la mitad de la diferencia de los dos arcos que abarcan sus lados sobre dicha circunferencia.

cc BY NC ND

BISECTRIZ DE UN ÁNGULO:

Es la semirecta que divide un ángulo en dos partes iguales pasando por el vértice.

Todos los puntos de la bisectriz equidistan (están a la misma distancia)de los lados del ángulo.

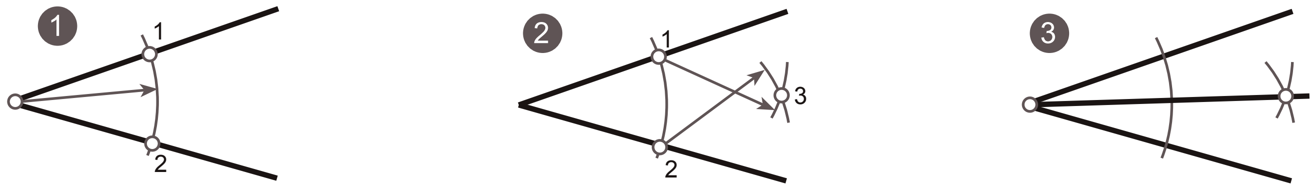
La bisectriz es el lugar geométrico de los puntos de un plano que equidistan de los lados de un ángulo.

TRAZADO DE LA BISECTRIZ: Dado un angulo a, trazar su bisectriz. L5b

1º- Con centro en el vértice y un radio cualquiera (suficientemente amplio) se traza un arco que corta a ambos lados del ángulo en los puntos 1 y 2.

2º- Con centros en los puntos 1 y dos se trazan dos arcos de igual radio (mayor a la mitad de la distancia entre 1 y 2) que se cortán en el punto 3.

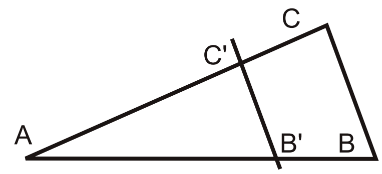
3º- Se une el punto 3 con el vértice del ángulo dado.



TEOREMA DE THALES DE MILETO L8

Toda recta paralela a un lado de un triángulo que corta a los otros dos lados, determina otro triángulo semejante al triángulo inicial.

CB/C'B'=AC/AC'=AB/AB'

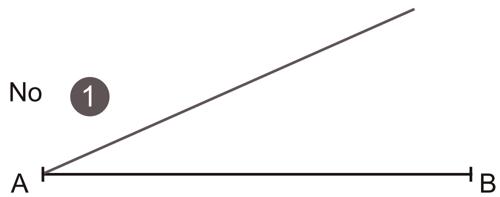


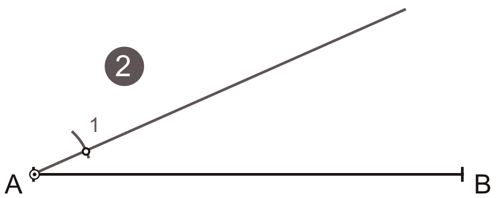
Si se cortan dos rectas concurrentes con un haz de rectas paralelas, la razón de dos segmentos cualesquiera de una de ellas es igual a la razón de los correspondientes de la otra.

DIVISIÓN DE UN SEGMENTO EN n (7) partes iguales: L8ab L9a

El procedimiento siempre es el mismo aunque varie el número de partes en las que queramos dividir el segmento.

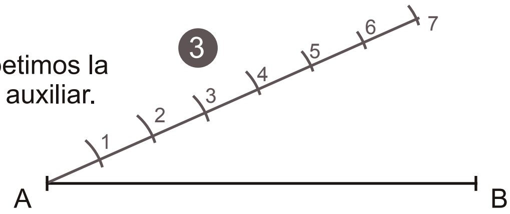
1º- Desde un extremo del segmento dado trazamos una semirecta auxiliar. No importa la abertura del ángulo que esta forme con el segmento dado.

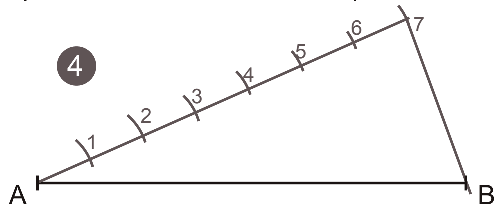




2º- Tomamos un radio de compás (no importa la abertura del compás, solo que quepa tantas veces como divisiones nos pide el problema sobre la recta auxiliar) y con centro en el vértice del ángulo trazamos una marca sobre la recta auxiliar.

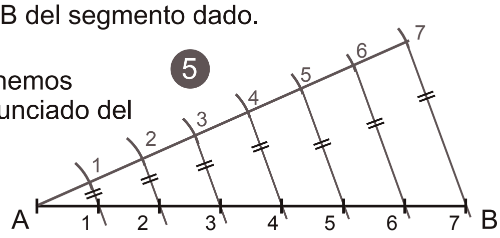
3º- Con centro en esa primera marca, y con el mismo radio de compás repetimos la operacion hasta tener tantas partes como nos pide el problema en la recta auxiliar.





4º- Trazamos un segmento que une la ÚLTIMA DIVISIÓN de la recta auxiliar con EL EXTREMO B del segmento dado.

5º- Trazamos paralelas a la última recta trazada por las divisiones que hemos determinado sobre la recta auxiliar,cortando al segmento dado en el enunciado del problema.



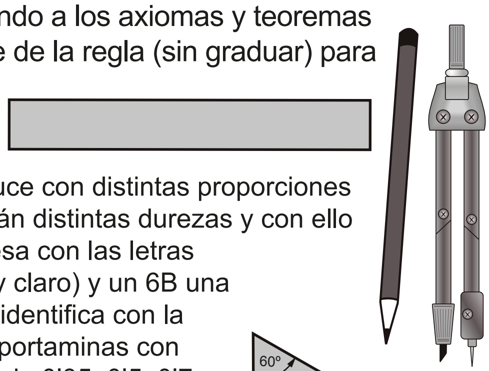
Los puntos de corte de las paralelas con el segmento dado son la solución, las divisiones del segmento en el nº de partes que pedía el enunciado.

En la práctica, más que el compás para dividir en partes iguales la semirecta auxiliar, se suele emplear una regla graduada utilizando el centímetro como unidad o 5 mm. dependiendo del tamaño del segmento a dividir y del espacio gráfico o las características del problema. Es más rápido.

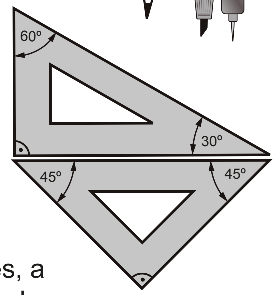
cc BY NC ND

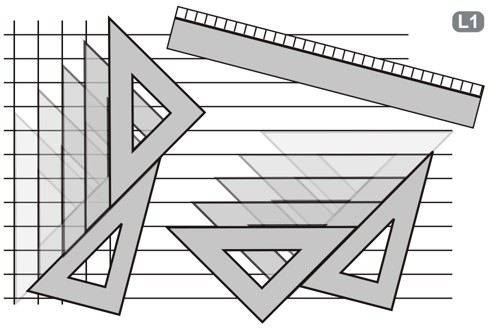
LAS NORMAS GRIEGAS: REGLA Y COMPÁS

Las normas clásicas griegas para el ejercicio de la geometría, atendiendo a los axiomas y teoremas enunciados en los elementos de Euclides, permiten el uso únicamente de la regla (sin graduar) para el tradado de rectas o segmentos y el compás para el trazado de arcos y circunferencias.



El marcado a lápiz: El lápiz debe estar siempre afilado. La mina, se produce con distintas proporciones de grafito y arcilla y se cuece a distintas temperaturas que le proporcionarán distintas durezas y con ello distintas tonalidades de gris entre el blanco y el negro. La dureza se expresa con las letras HB, teniendo un lápiz 6H una mina muy dura (y por lo tanto de un gris muy claro) y un 6B una mina muy blanda que ofrece un gris muy oscuro. La dureza intermedia se identifica con la nomenclatura HB. Actualmente se pueden encontrar lápices mecánicos o portaminas con minas estandarizadas de distintas durezas y con grosores estandarizados de 0'35, 0'5, 0'7 y 0,8 milímetros.

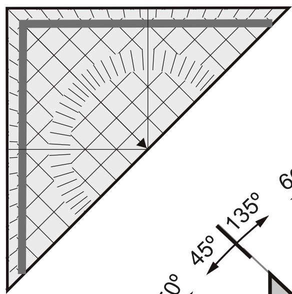




L1 **Escuadra y cartabón**: Aunque no estaban permitidas incialmente por las normas clásicas griegas ayudan mucho a ahorrar trazados auxiliares, a trazar ángulos de 15 en 15 grados y a trazar series de rectas paralelas o perpendiculares.

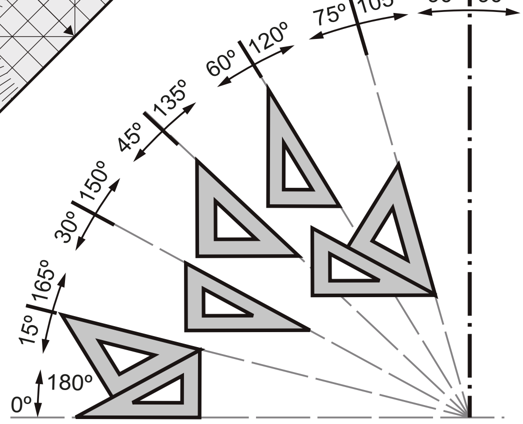
Una escuadra y un cartabón pertenecen al mismo juego si el cateto más largo del cartabón mide lo mismo que la hipotenusa de la escuadra. Aunque muchas veces las encontramos graduadas tradicionalmente solo se graduaba la regla dejando la escuadra y el cartabón sin marcar.

En muchos paises europeos se utiliza una escuadra que incluye un transportador de ángulos en una sola pieza de plástico transparente llamada "**Geodreieck**" (diminutivo coloquial alemán para "Geometrie-Dreieick", que significa "**triángulo de geometría**"). Se desarrolló y patentó en 1964 por el fabricante austro-alemán Aristo-Instrumente Dennert KG (actualmente "Aristo").



El Compás: Existen compases con diferentes características y de calidades. Es una herramienta sencilla y también un instrumento de precisión

La mina del compás se debe encontrar siempre afilada y ligeramente (un milímetro o dos bastan) más elevada que la punta que marca el centro. Esta debe ser afilada por la parte de dentro del compás, seccionando el cilindro de la mina de forma oblicua. De ese modo el desgaste incidirá mucho más lentamente en el aumento del grosor de la línea que traza el compás.



GEOMETRÍA SIN REGLAS DE MASCHERONI Y MOHR

En 1797 se publicó "Geometría del Compás" del geómetra Italiano Lorenzo Mascheroni. En este libro se prueba que *cualquier constricción euclidiana (que no contenga segmentos rectos) se puede completar únicamente empleando compás* (Teorema de Mohr-Mascheroni). En el siglo XX, se descrubrió que esta demostración ya fue descrita anteriormente en el libro de 1672 "Euclides Danicus" del Geómetra Dane Georg Mohr.

EL COMPÁS OXIDADO. LA CONJETURA DE PONCELET Y TEOREMA DE PONCELET-STEINER

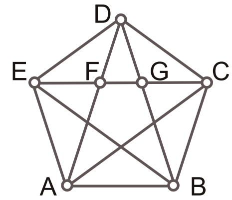
Jean Victor Poncelet conjecturó y sugirió en 1822 que todas las construcciones de euclides son posibles con una regla y un compás de radio fijo, es más, son posibles con una sola circunferencia y su centro. La conjetura fue demostrada por Jakob Steiner en 1833.

Joaquim García laslaminas.es

SECCIÓN ÁUREA DE UN SEGMENTO:

La sección áurea de un segmento es un punto que lo divide en dos partes de tal modo que: AC / AB = AB / BC = Φ = 1'6180...

1,618
Φ
AB/BD
EF/EF

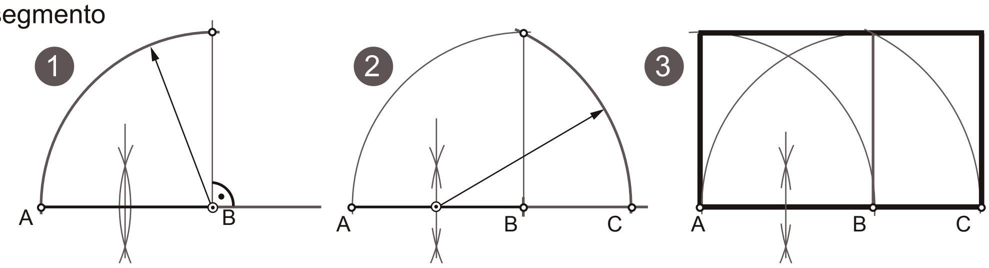


Φ tiene relación directa con el las medidas del pentágono regular y estrellado, asi como con la suceción de fibonacci: 1,1,2,3,5,8,13...

Segmento áureo (AC) de otro(AB), Rectángulo áureo:

1º- Trazamos la mediatriz del segmento y levantamos una perpendicular por uno de sus extremos.

Con centro en B y radio AB trasladamos la magnitud del segmento sobre la perpendicular levantada.



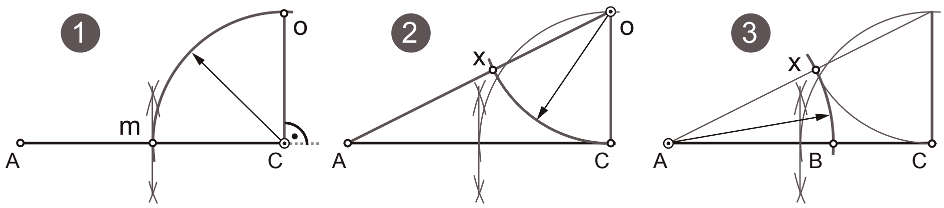
2º- Con centro en el punto medio del segmento y radio hasta el extremo superior de la perpendicular giramos la distancia sobre la prolongación del segmento AB hallando C.

3º- Para trazar el rectángulo áureo construimos el rectángulo de lado menor AB y lado mayor AC.

División áurea (B) de un segmento AC

1º- Trazamos la mediatriz del segmento y levantamos una perpendicular por uno de sus extremos.

Con centro en C y radio Cm trasladamos la magnitud Cm sobre la perpendicular levantada.



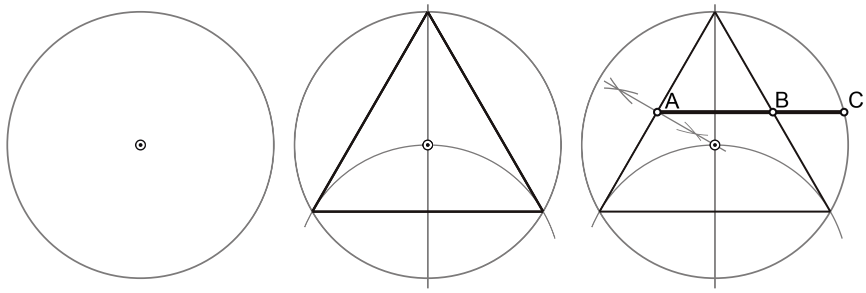
2º- Con centro en el punto (o) y radio oC giramos la distancia sobre el segmento Ao, obtenemos x.

3º- Con centro en A y radio Ax giramos la medida sobre el segmento AC obteniendo B.

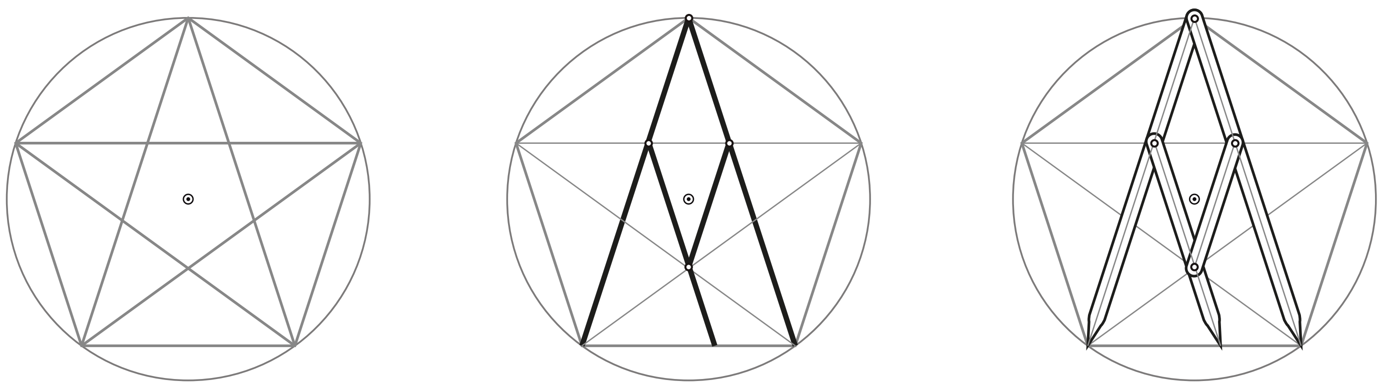
La proporción Áurea en el triángulo equilátero inscrito en una circunferencia

George Philps Odom Jr. era una artista y aficionado a la Geometría Norteamericano.

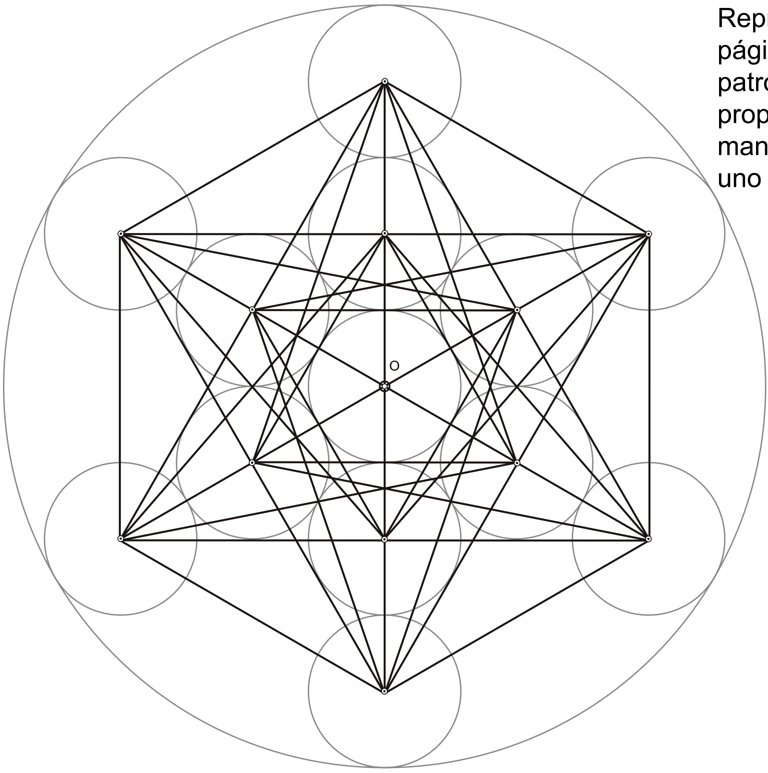
Descubrió esta curiosa propiedad dentro de un triángulo recular inscrito en una circunferencia. Uniendo dos puntos medios de dos lados y prolongando el segmento, este corta a la circunferencia de modo que el punto medio de los lados que queda en la parte interior del segmento secciona al mismo en proporción áurea



Compás Áureo



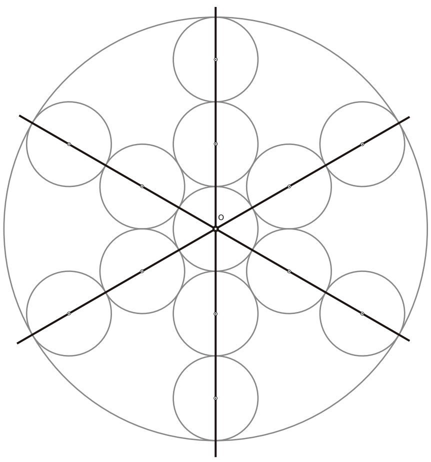
© Joaquim García laslaminas.es

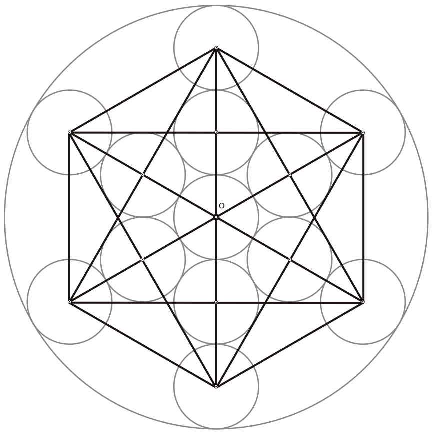


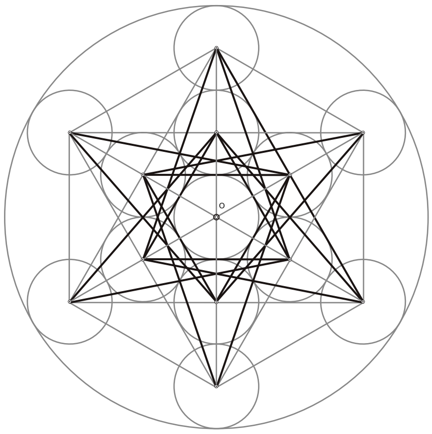
Representa el Cubo Metatrón representado en esta página. Debes realizar varias láminas con el mismo patrón. Una de ellas la decorarás y colorearás con tu propio estilo y creatividad, sin embargo en las otras cinco, manteniendo el (mismo) patrón visible, dibujarás cada uno de los cinco sólidos platónicos.

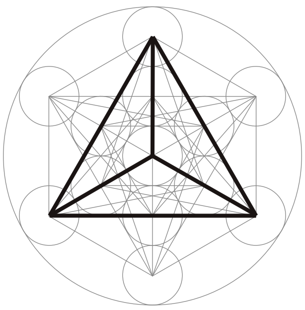
Para que el patrón tenga una buena medida en relación con tu formato A4 tienes que trazar la la circunferencia grande lo más grande posible dentro de tu espacio gráfico (espacio para dibujar comprendido dentro de los márgenes de tu lámina)

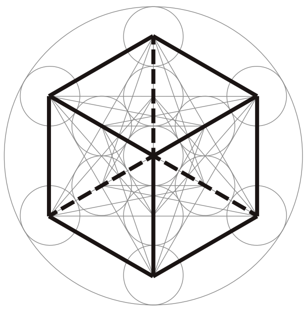
En Geometría Sagrada, el Arcángel Metatrón, Enoc convertido a ángel según ciertas ramas de la mitología cristiana y el judaísmo, el más alto de todos los ángeles, supervisa el flujo de energía en un Cubo místico conocido como el Cubo del Arcángel Metatrón, que contiene todas las formas geométricas en la creación de Dios y representa los patrones que conforman la creación. El cubo de Metatrón contiene la fórmula secreta de la geometría sagrada. Es la llave y el caleidoscopio de la creación. Es fácil de aplicar y abarca el conocimiento complejo sobre la creación, armonía, equilibrio y diseño del universo. El cubo de Metatrón restablece el equilibrio en las cosas. Nos enseña como crear energía eterna en las formas finitas y disolver formas finitas en energía eterna.

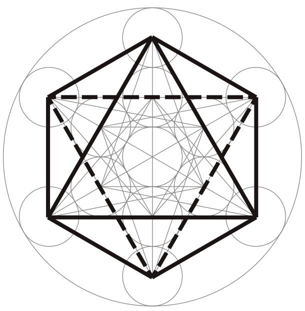


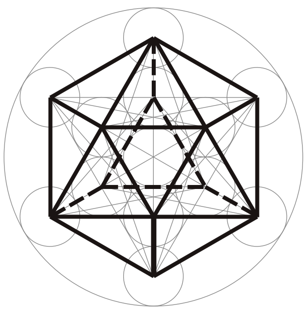


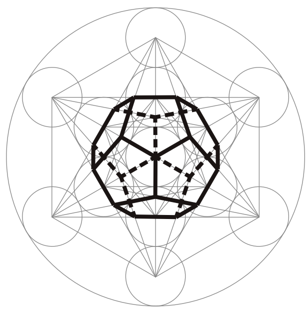




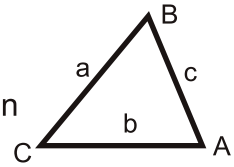








© Joaquim García laslaminas.es

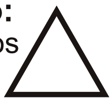


TRIÁNGULO: Superficie plana limitada por tres segmentos o lados que se cortan dos a dos en tres vértices.
NOMENCLATURA: Los vértices se nombran con letras mayúsculas y los lados con letras minusculas empleando la misma letra que el vértice opuesto.

CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS:

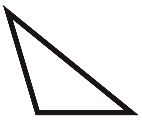
Según sus lados

Equilátero: los tres lados iguales



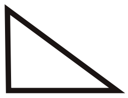
Isósceles: dos lados iguales

Escaleno: tres lados desiguales



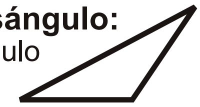
Según sus ángulos

Recto: un ángulo recto(90º)



Acutángulo: tres ángulos agudos

Obtusángulo: un ángulo obtuso



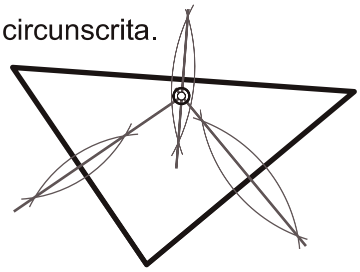
TEOREMAS FUNDAMENTALES O PROPIEDADES DE LOS TRIÁNGULOS

1º-La suma de los tres ángulos interiores de un triángulo es de 180º.
2º-Todo ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de los dos ángulos interiores no adyacentes.
3º-La suma de los tres ángulos exteriores de un triángulo es igual a 360º.
4º-En todo triángulo isósceles, a lados iguales se oponen ángulos iguales.
5º-En todo triángulo, a mayor lado se opone mayor ángulo.
6º-En todo triángulo, un lado es menor que la suma de los otros dos, pero mayor que su diferencia.

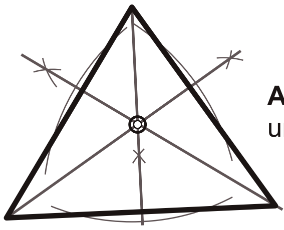
PUNTOS Y RECTAS NOTABLES L1

CIRCUNCENTRO:Punto de corte de mediatrices, centro de circunferencia circunscrita.

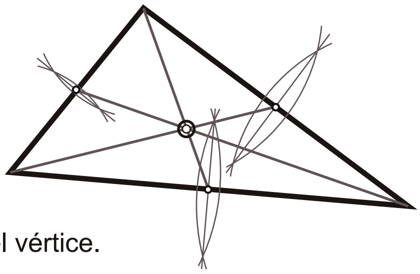
MEDIATRIZ: es la recta que divide los lados del triángulo en dos mitades iguales, también equidista de los vértices. Por lo tanto el circuncentro equidista de los tres vértices del triángulo.



ORTOCENTRO: Intersección de las alturas



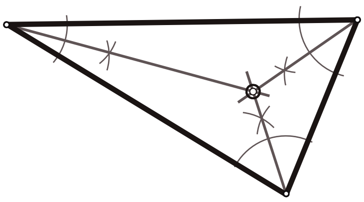
ALTURA: La altura en un triángulo (y en cualquier polígono) es la recta que parte de un vértice perpendicular al lado opuesto.



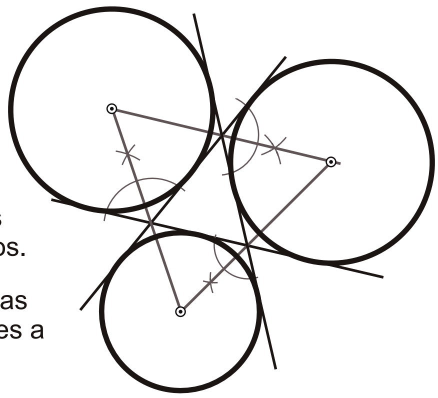
BARICENTRO: Intersección de las medianas, centro de gravedad del triángulo, se encuentra a un tercio de la altura del triángulo.

MEDIANA: Es la recta de un triángulo que parte de un vértice al punto medio del lado opuesto. Todas las medianas, al ser dividas en tres partes iguales, el baricentro siempre se situa a un tercio del lado y a dos tercios del vértice.

INCENTRO: Intersección de las bisectrices, centro de la circunferencia inscrita.

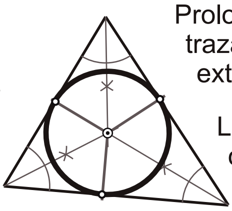


BISECTRIZ: Es la recta que divide los ángulos o vértices del triángulo en dos mitades iguales. También es la recta cuyos puntos equidistan de los lados de un ángulo. Por lo tanto el incentro está a la misma distancia de los tres lados del triángulo.



EXINCENTROS: CIRCUNFERENCIAS EXINSCRITAS

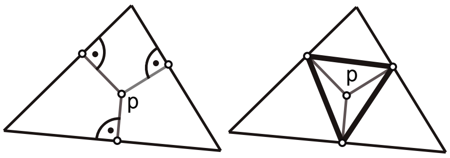
Encontramos el **incentro** en la intersección de las bisectrices de los ángulos interiores del triángulo y este es el centro de la circunferencia inscrita



Prolongando los lados del triángulo y trazando las bisectrices de los ángulos exteriores encontramos los exincentros.

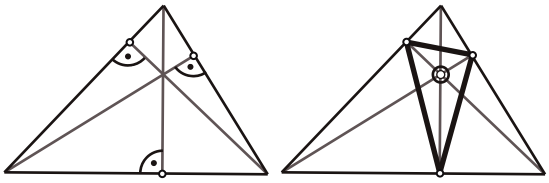
Los exincentros son los centros de las circunferencias tángentes, exteriores a los tres lados del triángulo

TRIÁNGULO PODAR RESPECTO A UN PUNTO P:



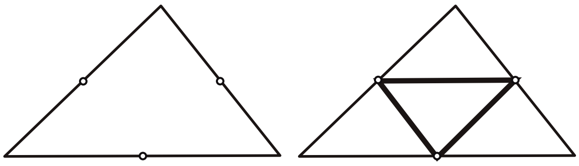
El triángulo podar de otro respecto a un punto es aquel que surge unir los pies de las perpendiculares desde el punto a los lados del triángulo

TRIÁNGULO ÓRTICO

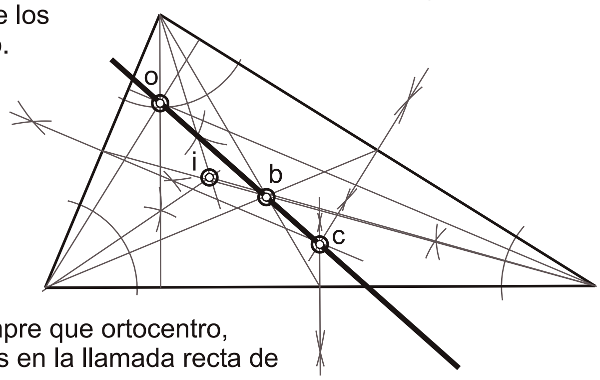


El triángulo Órtico, o triángulo podar órtico, de otro es aquel que surge de unir los pies de las alturas del primero. El incentro del triángulo órtico es el ortocentro del primero.

TRIÁNGULO COMPLEMENTARIO

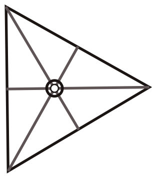


El triángulo complementario de otro es aquel que surge de unir los puntos medios de los lados del primero.

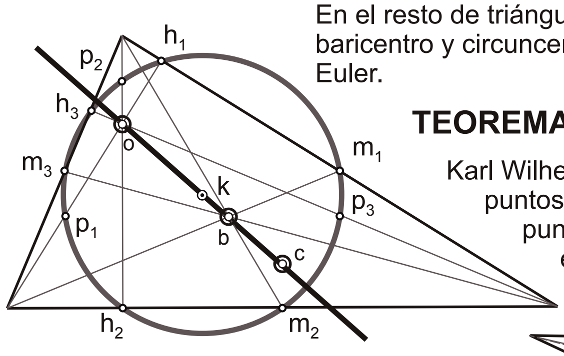


RECTA DE EULER

En el triángulo equilátero los puntos y rectas notables (baricentro, circuncentro, ortocentro e incentro) son coincidentes.



En el resto de triángulos se cumple siempre que ortocentro, baricentro y circuncentro están alineados en la llamada recta de Euler.



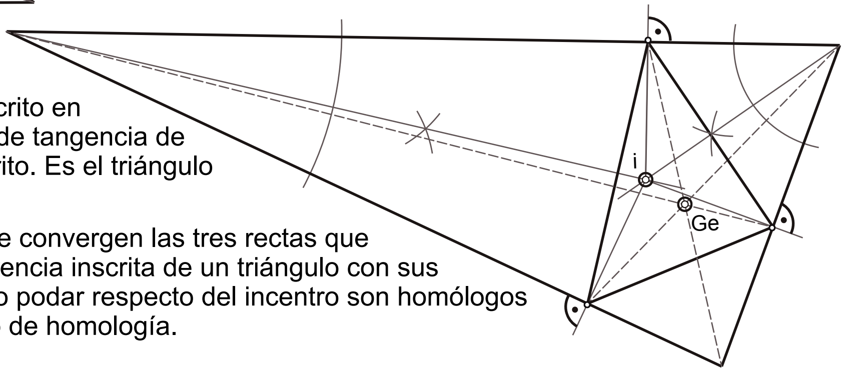
TEOREMA DE FEUERBACH. Circunferencia de los 9 puntos

Karl Wilhelm Feuerbach, como profesor de instituto, descubrió que los tres puntos medios de los lados (m), los tres pies de las alturas (h) y los tres puntos medios que unen el ortocentro con los vértices (p) se encuentran siempre sobre una circunferencia cuyo centro (k) se encuentra contenido en la recta de Euler.

PUNTO DE GERGONNE

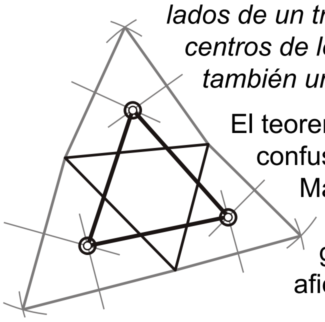
El triángulo de contacto interior es aquel inscrito en otro triángulo cuyos vértices son los puntos de tangencia de la circunferencia incrita al triángulo circunscrito. Es el triángulo podar respecto del incentro.

El Punto de Gergone (Ge) es aquel en el que convergen las tres rectas que unen los puntos de tangencia de la circunferencia inscrita de un triángulo con sus vértices opuestos. Un triángulo y su triángulo podar respecto del incentro son homólogos teniendo al Punto de Gergonne como centro de homología.



TEOREMA DE NAPOLEÓN

Si se construyen tres triángulos equiláteros a partir de los lados de un triángulo cualquiera, entonces los centros de los triángulos equiláteros forman también un triángulo equilátero.

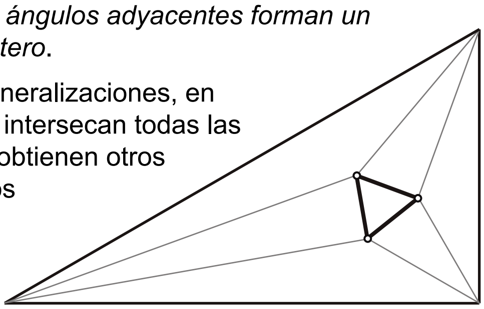


El teorema se atribuye a Napoleón por confusión, ya que en realidad es de Mascheroni, en su libro *Geometría de Compás*,(1797) dedicado al general Napoleón que era aficionado a la geometría.

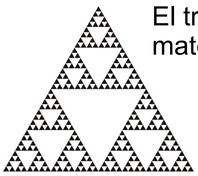
TEOREMA DE MORLEY

Descubierto por el matemático angloestadounidense Frank Morley que descubrió en 1899 que *en todo triángulo, los tres puntos de intersección entre **trisectrices** de ángulos adyacentes forman un triángulo equilátero*.

Tiene varias generalizaciones, en particular, si se intersecan todas las trisectrices, se obtienen otros cuatro triángulos equiláteros.



EL TRIÁNGULO DE SIERPINSKY



El triángulo de Sierpiński es un fractal construido por el matemático polaco Waclav Sierpinski (1882-1969) en 1919.

Como en la mayoría de los fractales, existen varias maneras de obtener la misma figura (triángulos). En este caso, todos los procesos implican las tres homotecias centradas en los vértices del triángulo, de razón 1/2.

© Joaquim García laslaminas.es

CUADRILÁTERO: Es un polígono que tiene cuatro lados, cuatro vértices y dos diagonales.
-La suma de sus ángulos interiores es igual a 360º.
-Las suma de sus ángulos exteriores es igual a 360º.

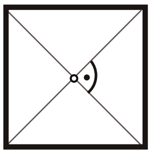
CLASIFICACIÓN:

PARALELOGRAMO: Es un tipo especial de cuadriláteros los cuales tienen los lados paralelos dos a dos.

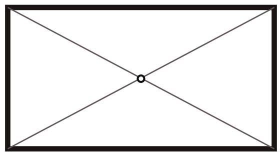
PROPIEDADES DE LOS PARALELOGRAMOS:

- En todo paralelogramo los ángulos opuestos son iguales.
- Tienen dos pares de lados opuestos paralelos e iguales.
- Las diagonales se cortan en su punto medio.
- Dos ángulos contiguos son suplementarios (suman 180º).

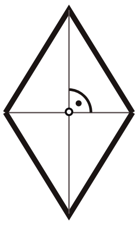
CUADRADO:
- Cuatro ángulos.
- Cuatro lados iguales.
- Diagonales se cortan 90º.



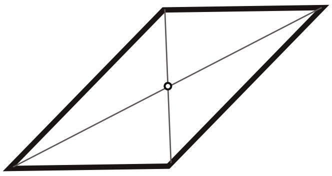
RECTÁNGULO:
- Cuatro ángulos rectos (90º).
- Lados iguales dos a dos.



ROMBO:
- Lados iguales.
- Ángulos iguales dos a dos.
- Diagonal mayor y otra menor se cortan en ptos. medios formando 90º.

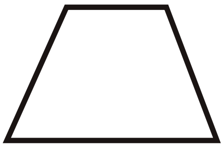


ROMBOIDE:
- Lados opuestos iguales y paralelos.
- Ángulos opuestos iguales.

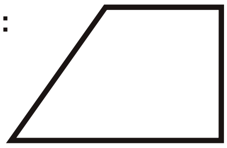


TRAPECIO: Cuadrilátero que tiene dos lados opuestos paralelos

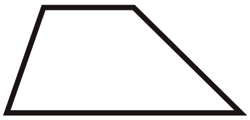
TRAPECIO ISÓSCELES:
- Dos lados paralelos.
- Dos lados iguales.
- Dos diagonales iguales.



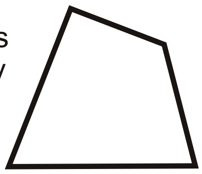
TRAPECIO RECTÁNGULO:
- Dos ángulos rectos.
- Dos lados paralelos.



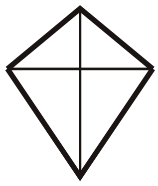
TRAPECIO ESCALENO:
- Dos lados paralelos.
- Lados y ángulos desiguales.



TRAPEZOIDE:
- Ángulos desiguales
- Lados desiguales y no paralelos



TRAPEZOIDE (o cuadrilátero) BIISÓSCELES O COMETA:
- Caso particular de cuadrilátero.
- Lados contiguos iguales dos a dos.
- Diagonales perpendiculares entre sí.
- La diagonal mayor corta a la menor por su punto medio.
- La diagonal menor tiene en sus extremos ángulos.



CUADRILÁTERO INSCRIPTIBLE:

Un cuadrilátero es inscriptible si una circunferencia puede contener a todos sus vértices.

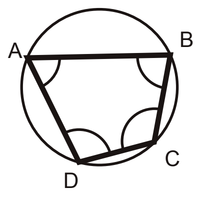
Un cuadrilátero es inscriptible si sus ángulos internos opuestos son suplementarios: A+C=B+D=180º

CUADRILÁTERO CIRCUNSCRIBIBLE:

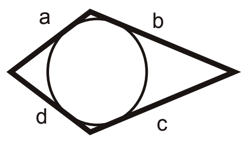
Un cuadrilátero es circunscribible si puede conterener una circunferencia tangente a todos sus lados.

Un cuadrilátero es circunscribible si la suma de sus lados opuestos es igual: a+c=b+d

POLÍGONO INSCRITO



POLÍGONO CIRCUNSCRITO

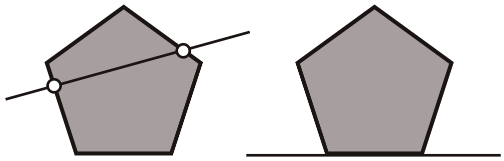


LOS POLIGONOS

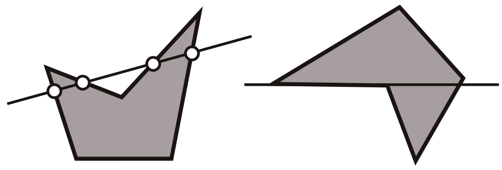
Un polígono es la porción de plano encerrada por varios segmentos llamados lados. El término "polígono" procede del griego antiguo y significa "varios" (poli) ángulos (gono).

CLASIFICACIÓNES

Polígono convexo: Es aquel polígono que al ser atravesado por una recta únicamente tiene un punto de intersección de entrada y otro de salida. Dicho de otro modo, es convexo si al apoyarse en uno de sus lados sobre una recta el polígono queda en su totalidad a un lado de esta.



Polígono concavo: Al ser atravesado por una recta tiene más de un par de puntos intersección (uno de entrada y otro de salida) en la trayectoria de la recta. Es concavo si es posible apoyarlo sobre alguno de sus lados en una recta quedando parte del polígono a un lado de esta y parte al otro.



Equiángulo: Un polígono es equiángulo cuando tiene todos sus ángulos iguales.
Equilátero: Un polígono es equilátero cuando todos sus lados son iguales.
Regular: Un polígono es regular cuando todos sus lados y ángulos son iguales.
Irregular: Es el polígono que tiene lados y ángulos desiguales

LOS NOMBRES DE LOS POLÍGONOS SEGÚN SUS LADOS

3	Triángulo	12	Dodecágono
4	Cuadrilátero	13	Triskaidecágono
5	Pentágono	14	Tetradecágono
6	Hexágono	15	Pentadecágono
7	Heptágono	16	Hexadecágono
8	Octógono	17	Heptadecágono
9	Eneágono	18	Octodecágono
10	Decágono	19	Eneadecágono
11	Ondecágono		

DECENAS		Y	UNIDADES				OTROS
20	Icosa-	kay	1	-hená- / -monó-	-gono	100	Hectógono / Hectágono
30	Triaconta-		2	-dí-		1000	Kiliágono
40	Tetraconta-		3	-trí-		10000	Miriágono
50	Pentaconta-		4	-tetrá-			
60	Hexaconta-		5	-pentá-			
70	Heptaconta-		6	-hexá-			
80	Octaconta-		7	-heptá-			
90	Eneaconta-		8	-octá-			
			9	-eneá-			

PARTES DE UN POLÍGONO

LADO: Cada uno de los segmentos que componen el polígono.

VÉRTICE:Es el punto en el que se unen dos lados consecutivos.

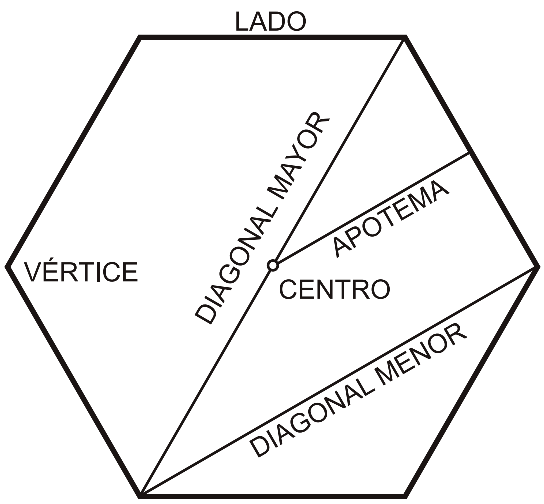
DIAGONAL: Segmento que une dos vértices no consecutivos. Algunos polígonos tienen diagonal mayor y diagonal menor.

PERÍMETRO: Es la suma de todos los lados.

En un polígono regular además encontramos:

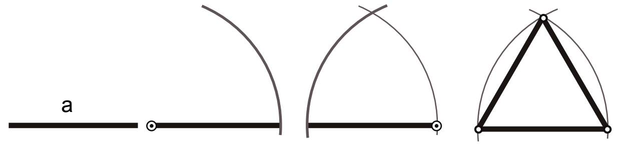
CENTRO: Es el punto equidistante de todos los vértices y lados. En el se encuentra el centro de las circunferencias inscrita y circunscrita.

APOTEMA: Es el segmento que une el centro del polígono con el punto medio de los lados perpendicularmente.



Dado el lado a, construcción de polígonos regulares:

Triángulo equilátero



1º- Con centro en un extremo del lado dado trazar un arco de igual radio al lado.

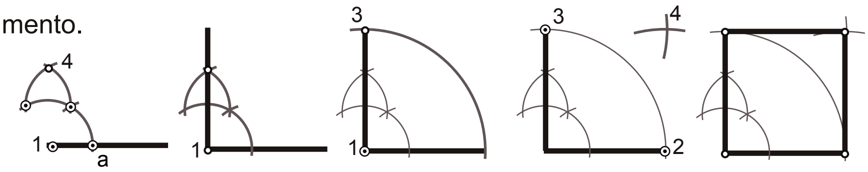
2º- Con centro en el otro extremo repetir la operación.

3º- El punto donde se cortan ambos arcos es el tercer vértice del triángulo. Unir este con los extremos del segmento.

1º- Perpendicular por un extremo de un segmento.

2º- Se une el punto 4 con el vértice 1.

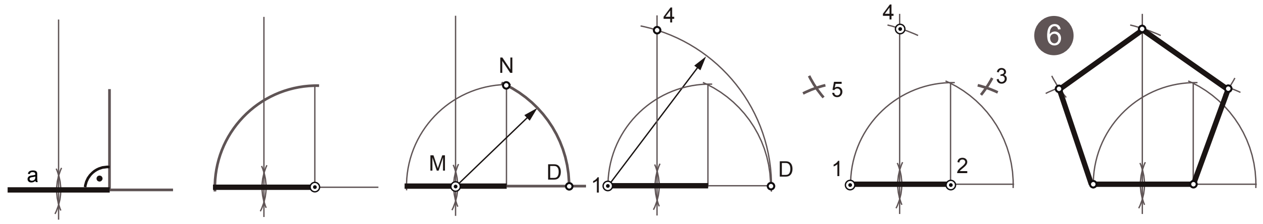
3º- Con radio igual al lado y centro en el vértice 1 trazamos un arco que nos da el vértice 3 sobre la perpendicular trazada.



4º- Con radio igual al lado dado trazamos dos arcos con centros en 3 y 2 obteniendo el 4º vértice.

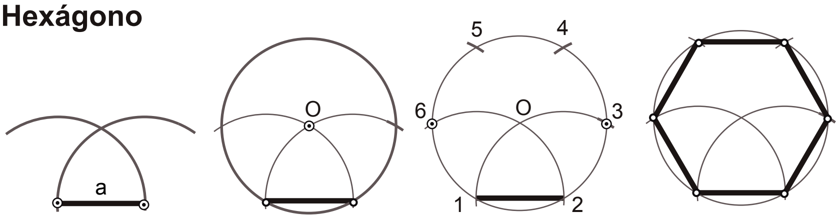
5º- Se unen los vértices 3 y 2 con 4.

Pentágono



1º- Se traza la mediatriz del lado. Por el extremo derecho se levanta una perpendicular y se prolonga el lado.
2º- Con centro en el extremo derecho y radio igual al lado trazamos un arco que corta a la perpendicular levantada.
3º- Con centro en el punto medio del lado, M, y radio MN trazamos un arco que corta a la prolongación del lado en D.
4º- Con centro en el vértice 1, con radio 1D trazamos un arco que corta a la mediatriz en el punto 4.
5º- Con radio igual al lado dado trazamos arcos con centros en1, 2 y 4 para obtener los vértices 3 y 5.
6º- Unimos los 5 vértices para obtener el pentágono.

Hexágono



1º- Con radio igual al lado dado se trazan dos arcos para obtener O.

2º- Con centro en O y radio hasta un extremo del lado dado trazamos una circunferencia.

3º Con centros en 3 y 6, con radio igual al lado dado, trazamos dos arcos que cortan a la circunferencia en los puntos 4 y 5.

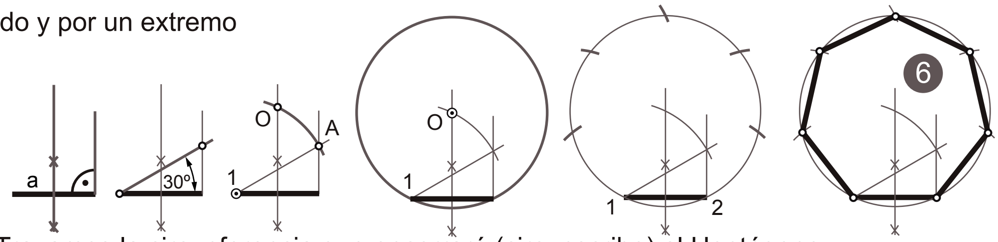
4º Unimos los 6 puntos.

Heptágono

1º- Trazamos la mediatriz del .lado y por un extremo levantamos una perpendicular.

2º- Por el otro extremo trazamos una recta a 30º.

3º- Desde el punto 1 con radio 1A trazamos un arco que corta a la mediatriz en el punto O.



4º- Con centro en O y radio O1 Trazamos la circunferencia que encerrará (circunscribe) al Heptágono.

5º- Tomamos el radio igual al lado dado y desde 1 y 2 trazamos arcos que nos daran los vértices 3,4,5,6 y 7.

6º- Unimos los 7 puntos.

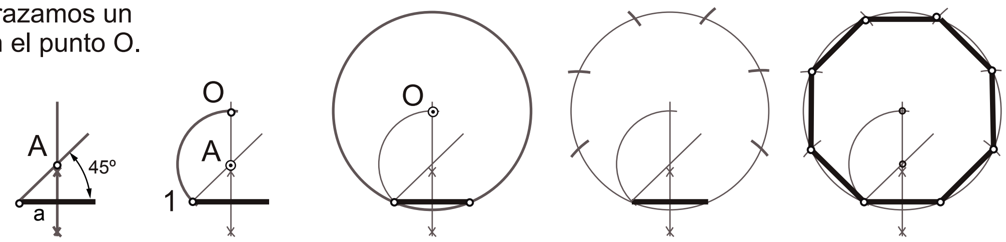
Octógono

1º- Se traza la mediatriz del lado dado y por un extremo trazamos una recta a 45º para obtener A.

2º Con centro en A y radio A1 trazamos un arco que corta a la mediatriz en el punto O.

3º Con centro en O y radio O1 trazamos una circunferencia.

4º Tomando como radio el lado dado trazamos arcos sobre la circunferencia que nos darán los 6 vértices restantes

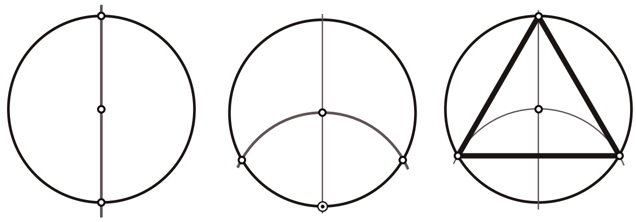


5º Unimos los 6 puntos con el segmento.

L7

Dado el radio de circunferencia a (o la circunferencia y su centro), inscribir los polígonos regulares:

Triángulo equilátero



1º- Trazamos un diámetro.

2º- Con centro en un extremo y radio igual al de la circunferencia trazamos un arco que la corta en dos puntos.

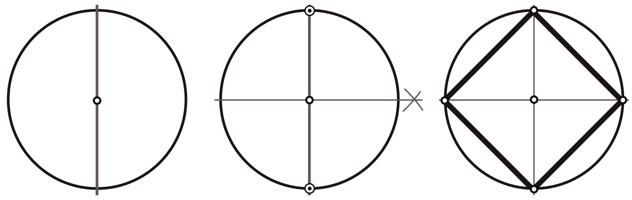
3º-Unimos el otro extremo del diámetro con los dos puntos determinados en la circunferencia.

Cuadrado

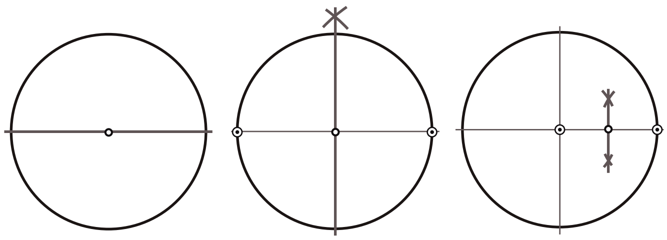
1º- Trazamos un diámetro.

2º- Trazamos un diámetro perpendicular.

3º- Unimos los extremos de los diámetros.



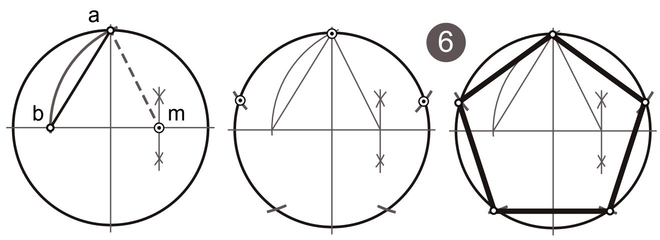
Pentágono



1º- Trazamos un diámetro.

2º- Trazamos un diámetro perpendicular al primero.

3º- Hacemos la mediatriz de un radio obteniendo m.

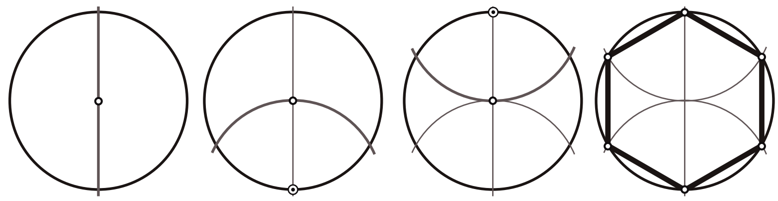


4º- Con centro en m y radio ab trazamos un arco para obtener b. La magnitud ab es el lado del pentágono inscrito.

5º- Con radio ab empezando por a trazamos arcos sobre la circunferencia.

6º- Unimos los puntos determinados por dichos arcos.

Hexágono



1º- Trazamos un diámetro.

2º- Con centro en un extremo y radio igual a la circunferencia trazamos un arco.

3º- Repetimos la operación desde el otro extremo del diámetro.

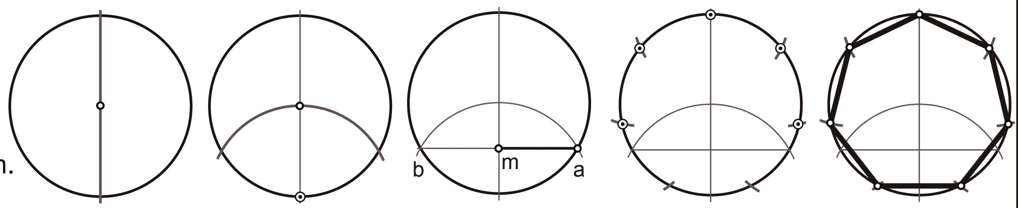
4º- Unimos los puntos determinados sobre la circunferencia.

Heptágono

1º- Trazamos un diámetro.

2º- Trazamos un arco de igual radio que la circunferencia con centro en un extremo del diámetro.

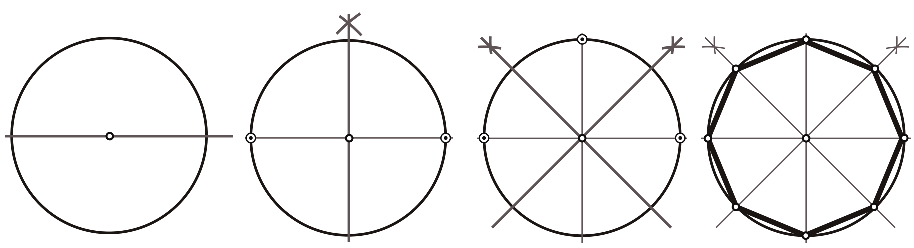
3º- Unimos a con b obteniendo m. am es el lado del heptágono.



4º- Con arcos de radio ab trazamos arcos sobre la circunferencia.

5º- Unimos los puntos determinados sobre la circunferencia con los arcos.

Octógono



1º- Trazamos un diámetro horizontal.

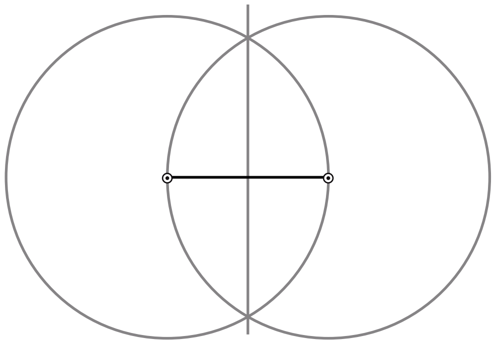
2º- Trazamos un diámetro perpendicular al primero.

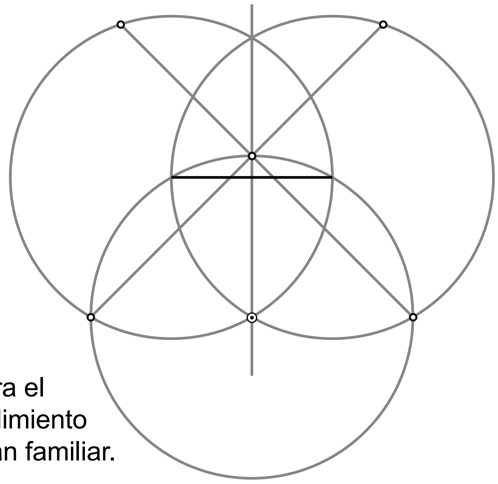
3º- Trazamos dos bisectrices a dos cuadrantes.

4º- Hemos obtenido ocho puntos sobre la circunferencia, los unimos.

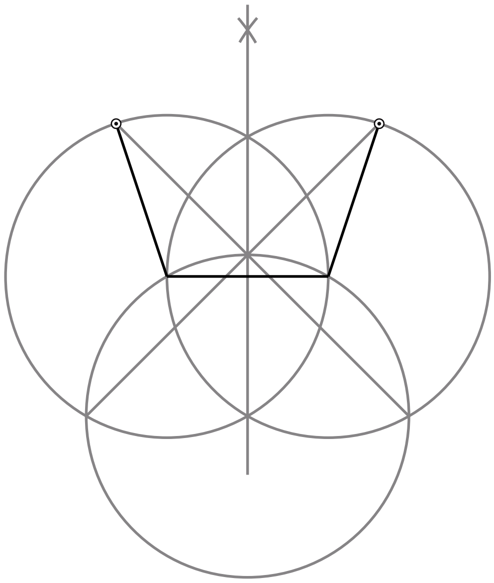
L8

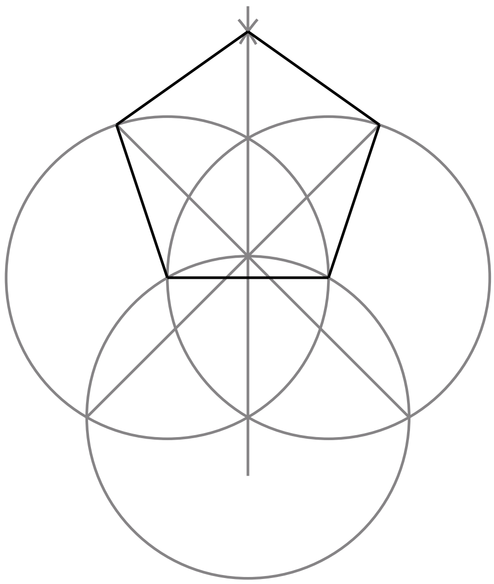
El pentágono de Durero





En el libro “Underweysung der Messung” (”De la medida”.1525) Alberto Durero expone dos construcciones para el pentágono. La construcción exacta del pentágono regular inscrito en una circunferencia dada (reflejada por Ptolomeo, en el “Almagesto”. Libro I, Cap. 9) es la misma que la que todos conocemos para el pentágono inscrito. La otra construcción del pentágono muestra un procedimiento para dibujarlo a partir de un lado dado. Esta construcción no nos resulta tan familiar.





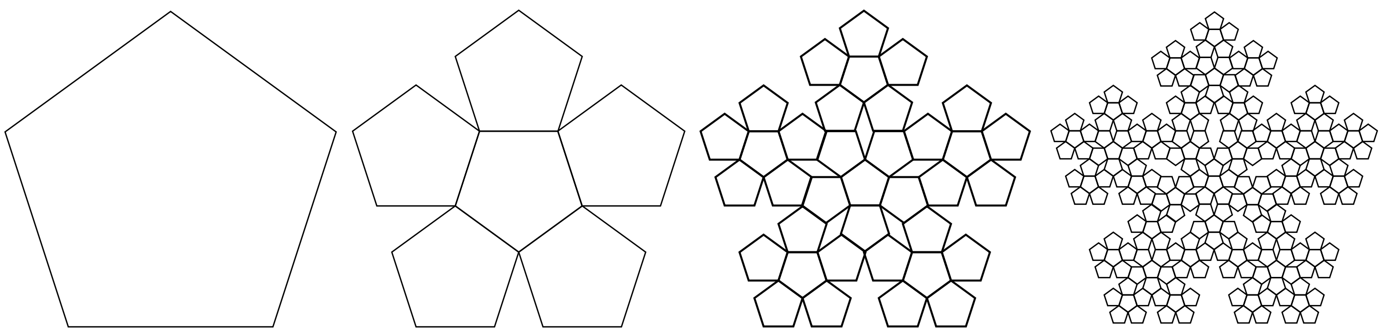
Los métodos que comunmente conocemos para la construcción exacta del pentágono regular, a partir de una circunferencia dada o apartir de su lado, emplean el método propuesto por Euclides para dividir un segmento en extrema y media razón (división áurea de un segmento o construcción de un rectángulo áureo).

El procedimiento de contrucción que nos mostró Durero es un buen ejemplo de construcción con “compás oxidado” o “compás de radio fijo”, construcciones sobre las que se interesaron también otros geómetras como Amadeo Mescheroni o Abu’l-Wafá. Es una construcción aproximada, pero elegante; yes bastante precisa y simple de dibujar. El Pentágono que obtenemos no es un pentágono regular, no es un pentágono inscriptible o circunscriptible, **es un pentágono equilátero pero no equiángulo**.

El Fractal de Durero

En otro libro de Durero, “Manual del Pintor”, Durero explica como realizar un teselado únicamente con pentágonos:

Primero dibuje un pentágono y coloque pentágonos del mismo tamaño en cada lado. Luego coloque cinco pentágonos en sus lados, particularmente a lo largo de los dos lados. Esto resultará en la formación de cinco pastillas estrechas entre ellos. Luego agregue pentágonos en los ángulos que se habrán formado, de modo que estos toquen las estrechas pastillas con sus esquinas. Puede continuar de esta manera todo el tiempo que desee



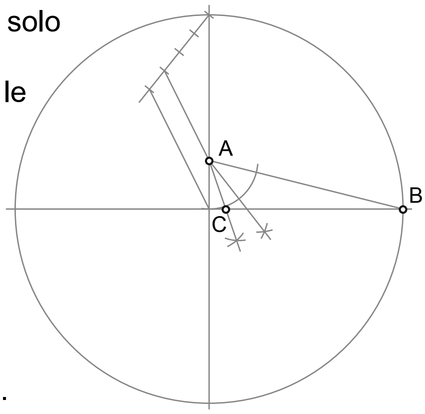
© Joaquim García laslaminas.es

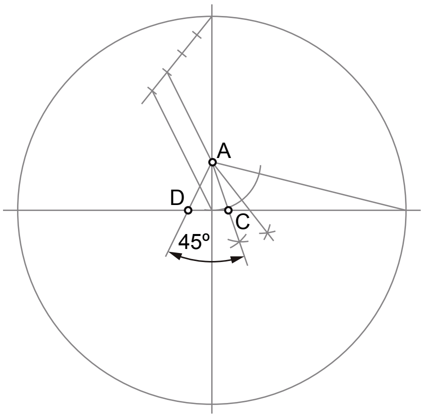
Construcción de un polígono regular de 17 lados inscrito en una circunferencia.

Carl Friedrich Gauss (1777-1855) demostró el 29 de marzo de 1796, con solo 19 años, que se puede construir un **heptadecágono regular inscrito en una circunferencia** empleando únicamente regla y compás. Este hecho le hizo decantarse por las matemáticas para continuar sus estudios.

Pidió que se esculpiera un heptadecágono en la lápida de su tumba empleando su método. Sin embargo el tallista se negó por considerar que el heptadecágono no se iba a distintiguir de una circunferencia a causa del gran número de lados.

La primera construcción geométrica con regla y compás se culminó en 1800 por Johanes Erchinger mediante un método de 64 pasos. A continuación se expone el Método de Herbert William Richmond de 1893.



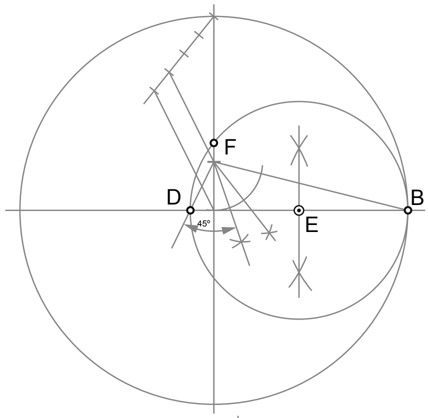


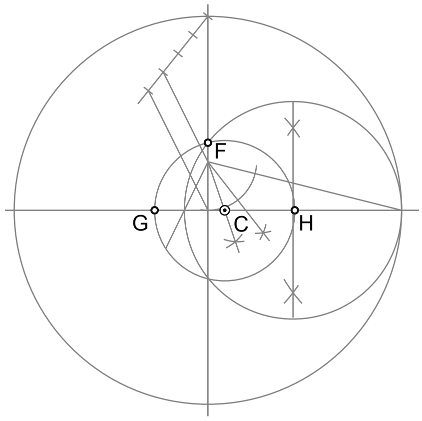
1º- Trazamos a la circunferencia dos diámetros perpendiculares entre sí. Estos contienen cuatro radios. Dividimos el radio vertical superior en 4 partes iguales. Unimos el punto que delimita el primer cuarto del radio, A, con el extremo del radio horizontal de la derecha,B, obteniendo un ángulo, el cual dividimos mediante dos bisectrices en cuatro partes iguales. La segunda bisectriz determina C sobre el diámetro horizontal.

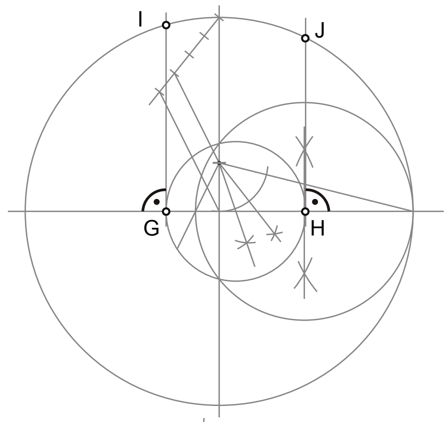
2º- Sumando 45º a la segunda bisectriz se obtiene D, también sobre e diámetro horizontal.

3º- Determinamos con una mediatriz el punto medio, E, del segmento DB. Y con centro en E y diámetro DB trazamos una circunferencia que corta al radio superior del diámetro vertical en el punto F.

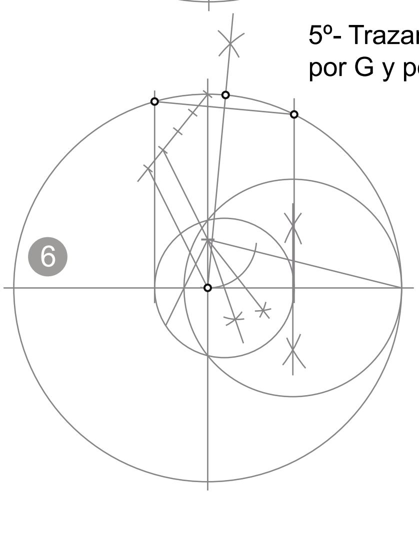
4º-Con centro en C y radio CF trazamos otra circunferencia que corta de nuevo al diámetro horizontal en los puntos H y G. (H no tiene por qué ser E).





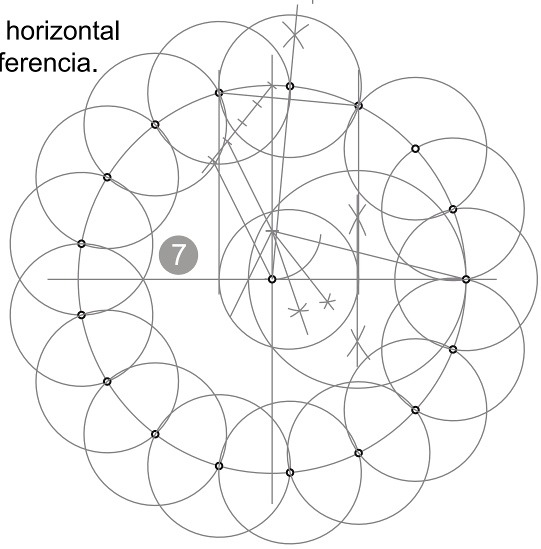


5º- Trazamos dos perpendiculares al diámetro horizontal por G y por H, obteniendo I y J sobre la circunferencia.



6º-La mediatriz del segmento IJ debe pasar por el centro de la circunferencia y dicha mediatriz divide el arco IJ en dos arcos de circunferencia que determinan dos lados del hepadecágono regular.

7º- Se repite la magnitud obtenida sobre la circunferencia.



© Joaquim García laslaminas.es