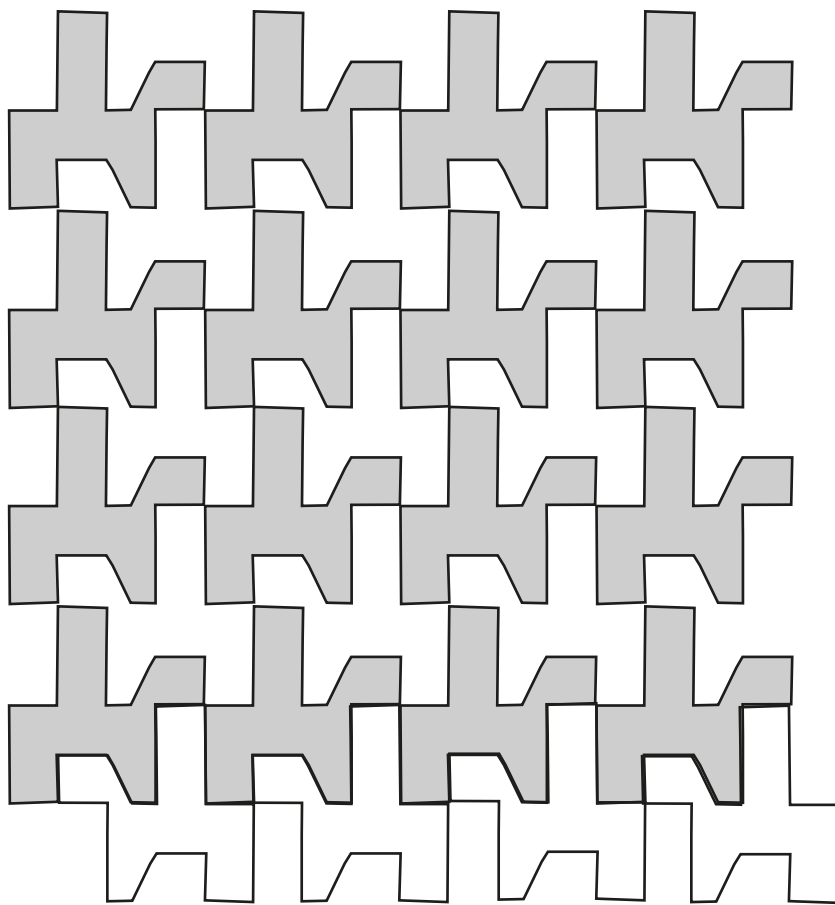


## 4-MOVIMIENTOS EN EL PLANO

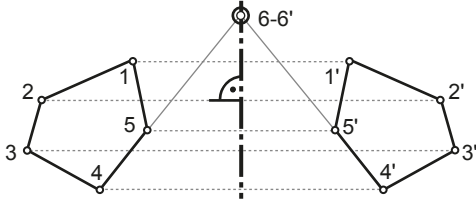


La simetría se estudia o se emplea para el estudio en campos tan variados como la física, las matemáticas el arte o la arquitectura.

Como transformación geométrica en el plano la **simetría** es una transformación en la que todo punto y su simétrico se encuentran a distinto lado de un centro o un eje y a igual distancia de este. Existen dos tipos de simetría dependiendo de si se emplea un eje o un centro.

## SIMETRÍA AXIAL (eje)

Los puntos simétricos se encuentran sobre una perpendicular al eje de simetría, a igual distancia y en distintos lados del eje.

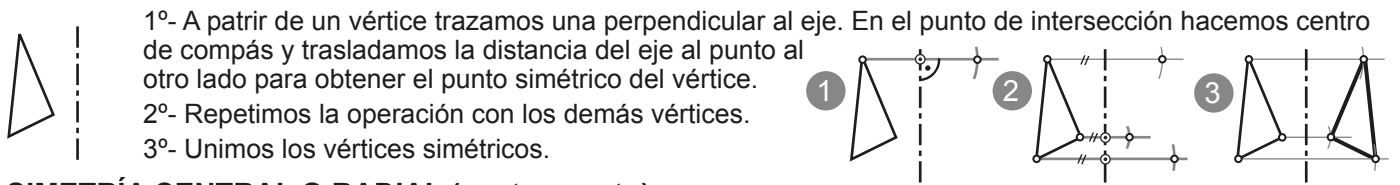


Los pares de rectas simétricos (axiales) tienen su intersección sobre el eje de simetría. Cuando el eje de simetría corta una recta, la recta simétrica cortará a la primera sobre el eje de simetría y el punto de intersección será un **punto doble**.

Cualquier punto que se encuentre sobre el eje de simetría tiene su simétrico en el mismo punto, a estos los llamamos puntos dobles.

A la izquierda: el punto 6-6' es un punto doble en esa simetría

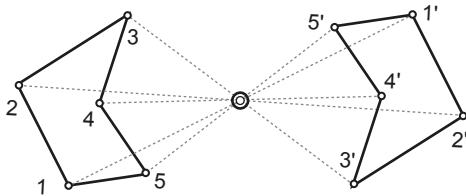
### Trazar el triángulo simétrico respecto a un eje.



- 1º- A partir de un vértice trazamos una perpendicular al eje. En el punto de intersección hacemos centro de compás y trasladamos la distancia del eje al punto al otro lado para obtener el punto simétrico del vértice.
- 2º- Repetimos la operación con los demás vértices.
- 3º- Unimos los vértices simétricos.

## SIMETRÍA CENTRAL O RADIAL (centro-punto)

Los puntos simétricos se encuentran alineados con el centro, a igual distancia y en distinto lado.

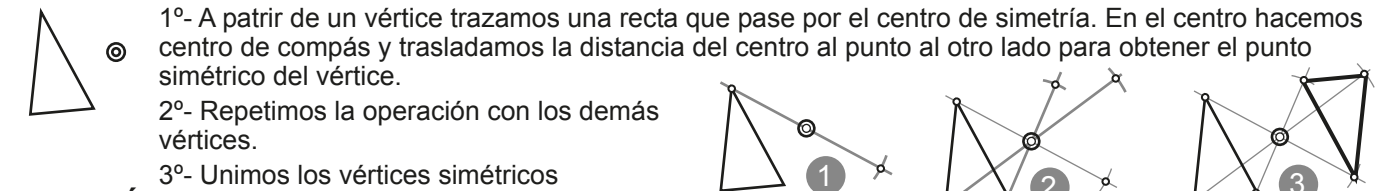


Las rectas o segmentos simétricos respecto a un centro son paralelas.

La simetría central equivale a un giro de  $180^\circ$  con el mismo centro, o es el producto de dos simetrías axiales cuyos ejes se cortan perpendicularmente en el centro de simetría. Es probablemente por esa razón por lo que esta transformación no es tenida en cuenta como un movimiento en el plano para clasificar los grupos de simetría en el plano.

Sin embargo esta transformación se emplea mucho en diseño, arte y arquitectura.

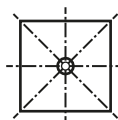
### Trazar el triángulo simétrico respecto a un centro.



- 1º- A partir de un vértice trazamos una recta que pase por el centro de simetría. En el centro hacemos centro de compás y trasladamos la distancia del centro al punto al otro lado para obtener el punto simétrico del vértice.
- 2º- Repetimos la operación con los demás vértices.
- 3º- Unimos los vértices simétricos

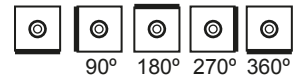
## SIMETRÍA DE GIRO

También llamada simetría rotacional, no es una transformación en el plano sino la característica de un objeto geométrico. Una figura geométrica tiene simetría de giro si se puede hacer que coincida exactamente en la original al girarla menos de un ciclo completo ( $360^\circ$ ) con respecto a un centro de giro.



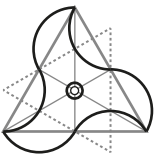
El cuadrado tiene cuatro ejes de simetría y es una figura cuyos vértices responden a una simetría radial o central. Sin embargo esas simetrías no son lo mismo que la simetría de giro del cuadrado o su orden de simetría. Si marcamos uno de sus lados y situamos el centro de giro en el centro geométrico del cuadrado, podemos ejercer 4 giros de  $90^\circ$  de modo que

en cada uno de los giros el cuadrado permanece invariable y en el cuarto giro el cuadrado habrá llegado a su posición inicial.



$90^\circ$     $180^\circ$     $270^\circ$     $360^\circ$

Por ello podemos decir que el cuadrado tiene una simetría de giro de orden 4.



La pajarita nazarí es una figura geométrica, derivada del triángulo equilátero, compuesta por 6 arcos de circunferencia, resenta cierta regularidad en su estructura. La pajarita nazarí no contiene ninguna simetría axial ni simetría radial, sin embargo tiene una simetría de giro de orden 3; pues puede ser girada 3 veces 120 grados y en cada uno de esos giros la figura permanecerá idéntica.

Se llama ORDEN de SIMETRÍA ( $n$ ) al número de veces que hay que rotar el ángulo menor ( $a$ ) para dar una vuelta completa ( $n = 360^\circ/a$ ) o, al número de figuras idénticas que forman la figura completa.

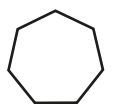
Así pues los polígonos regulares cumplen con una simetría de giro de orden igual a su número de lados.



Simetría de orden 3



Simetría de orden 5



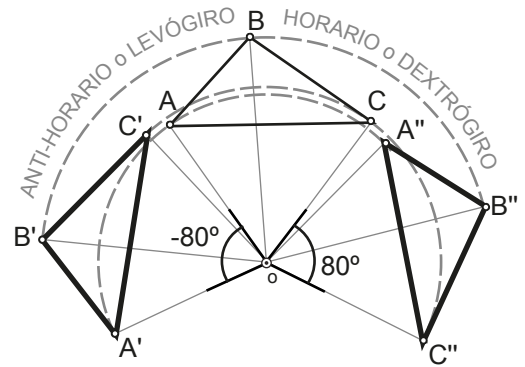
Simetría de orden 7

## GIRO O ROTACIÓN

Es una transformación geométrica en la que intervienen: un **centro**, una **magnitud angular** y un **sentido de giro**.

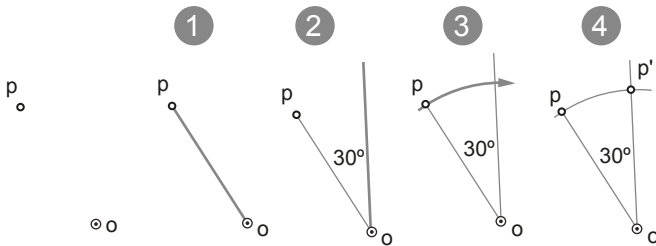
El **sentido** puede ser **horario** (positivo) o **antihorario** (negativo).

El giro, como operación geométrica mantiene la igualdad de las figuras pero no la identidad, ya que con el giro cambia la orientación de las mismas



### GIRO DE UN PUNTO (p) RESPECTO A UN CENTRO (o):

Girar el punto p 30°, en sentido horario, respecto al centro o.



1º- Trazamos el segmento op.

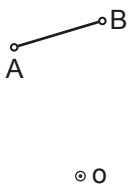
2º- Con vértice en o, ayudandonos del cartabón o transportador de ángulos trazamos otro segmento que determina un ángulo de 30°.

3º- Con centro en o y radio op trazamos un ángulo que corta al segmento anterior.

4º- En la intersección del arco con el segundo segmento tenemos el punto p', resultado de girar p 30°.

### GIRO DE UN SEGMENTO (AB) RESPECTO A UN CENTRO (o):

Girar el punto AB 45° respecto al centro o.

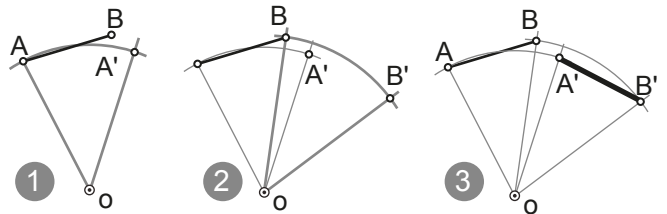


**Por puntos:**

1º- Empleando el procedimiento anterior, giramos el punto A.

2º- Igualmente giramos B.

3º- Unimos A' con B'.



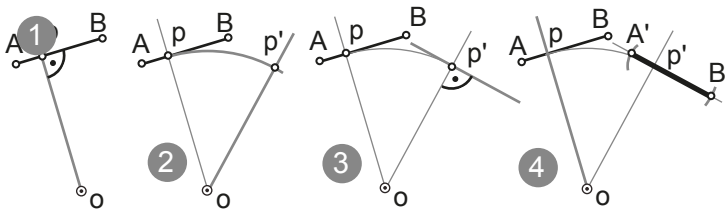
**Trazando perpendicular al segmento:**

1º- Desde el centro o trazamos una perpendicular al segmento AB obteniendo p.

2º- Giramos p, obteniendo p'

3º- Trazamos por p' una perpendicular a su radio.

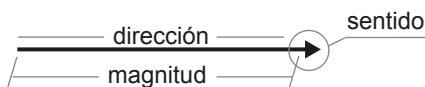
4º- Sobre esta perpendicular, desde p, copiamos las distancias pA y pB. Trazamos el segmento A'B'.



## TRASLACIÓN

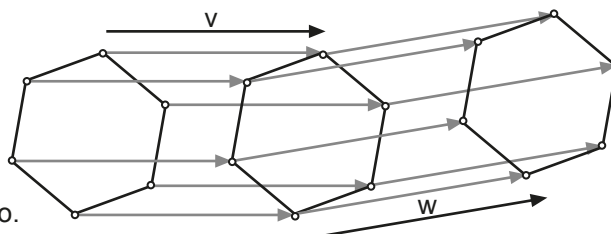
Es una transformación geométrica o movimiento en el plano que viene determinada por un vector. Un **vector** está determinado por una **magnitud** (distancia), **dirección** y **sentido**. Mantiene las relaciones geométricas de **igualdad e identidad**, ya que en una traslación únicamente cambia la posición pero no el tamaño, la forma o la orientación.

En toda traslación todos los puntos de las figuras geométricas obtienen un punto transformado siguiendo **vectores equipolentes** (con la misma magnitud, sentido y dirección) al vector de traslación.



Una traslación puede venir definida por:

- 1- Una figura y un vector de traslación.
- 2- Un par de puntos (original y trasladado).



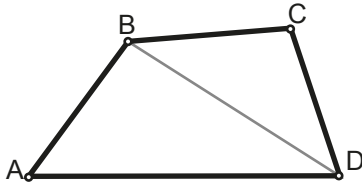
Es tan sencillo como hacer paralelas a la dirección del vector y en el sentido indicado por la flecha desde los vértices de la figura, copiando la magnitud con el compás, para obtener la figura transformada.

# IGUALDAD

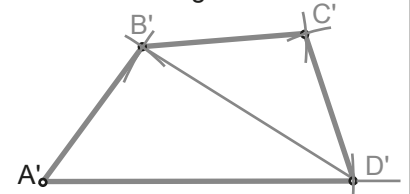
Dos figuras son iguales cuando mantienen la misma forma y el mismo tamaño. Dos figuras iguales siempre tendrán el mismo área. Para los polígonos la igualdad implica: mismas magnitudes angulares en los vértices, misma magnitudes de los lados y por lo tanto igual superficie.

## DADO EL CUADRILÁTERO ABCD, COPIARLO A PARTIR DE A': Por triangulación

Cualquier polígono de más de tres lados puede ser descompuesto en triángulos. Por esto, podemos descomponer el polígono que queremos copiar en los triángulos que proceda y copiar el polígono copiando los triángulos uno a uno. De este modo evitamos emplear el procedimiento de copia de ángulos que es algo impreciso si no somos muy cuidadosos y podemos copiar el polígono empleando únicamente la copia de los lados de los triángulos.

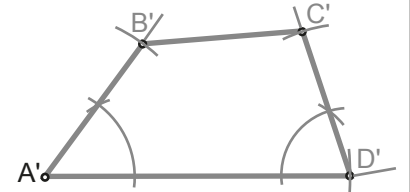
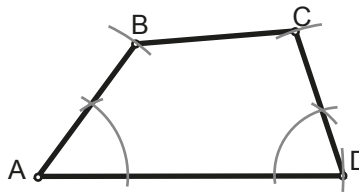


Primero copiamos el triángulo ABD a partir de A'. Una vez hecho esto copiaremos el triángulo BCD sobre el lado B'C'



## DADO EL CUADRILÁTERO ABCD, COPIARLO A PARTIR DE A': Por copia de ángulos y segmentos

Simplemente debemos emplear los procedimientos de copia de ángulos y copia de segmentos para copiar el polígono a partir del punto dado.



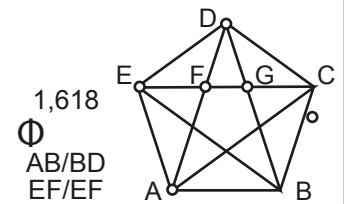
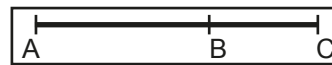
La **proporción** es la relación de medidas que hay entre dos partes o entre una parte y el todo

## SECCIÓN ÁUREA DE UN SEGMENTO:

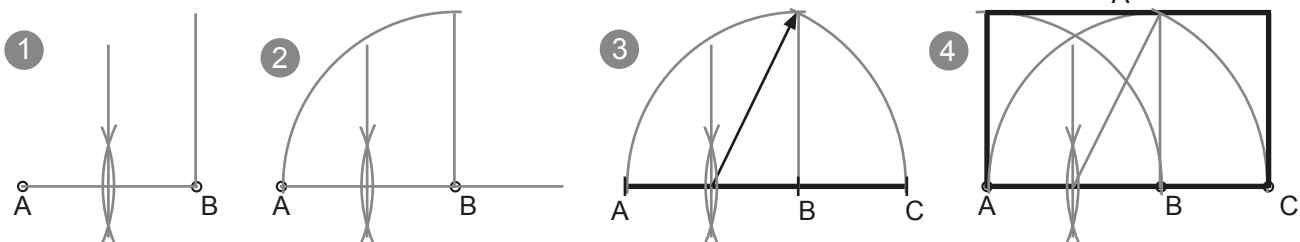
La sección áurea de un segmento es un punto que lo divide en dos partes de tal modo que:

$$AC / AB = AB / BC = \Phi = 1'6180\dots$$

$\Phi$  tiene relación directa con las medidas del pentágono regular y el pentágono estrellado, así como con la sucesión de fibonacci: 1,1,2,3,5,8,13...

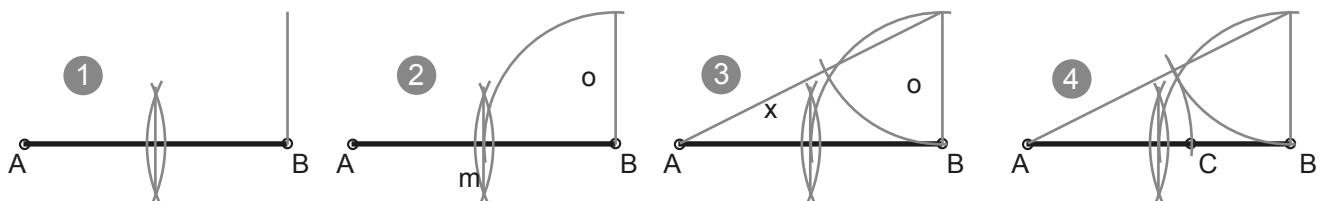


## SEGMENTO ÁUREO (AC) de otro(AB), RECTÁNGULO ÁUREO:



- 1º- Trazamos la mediatriz del segmento y levantamos una perpendicular por uno de sus extremos.
- 2º- Con centro en B y radio AB trasladamos la medida del segmento sobre la perpendicular levantada.
- 3º- Con centro en el punto medio del segmento y radio hasta el extremo superior de la perpendicular giramos la distancia sobre la prolongación del segmento AB hayando C.
- 4º- Para trazar el rectángulo aureo construimos el rectángulo de lado menor AB y lado mayor AC.

## DIVISIÓN ÁUREA (C) DE UN SEGMENTO AB



- 1º- Trazamos la mediatriz del segmento y levantamos una perpendicular por uno de sus extremos.
- 2º- Con centro en B y radio la mitad de Bm trasladamos la medida Bm sobre la perpendicular levantada.
- 3º- Con centro en el punto (o) y radio oB giramos la distancia sobre el segmento Ao, obtenemos x.
- 4º- Con centro en A y radio Ax giramos la medida sobre el segmento AB obteniendo C.