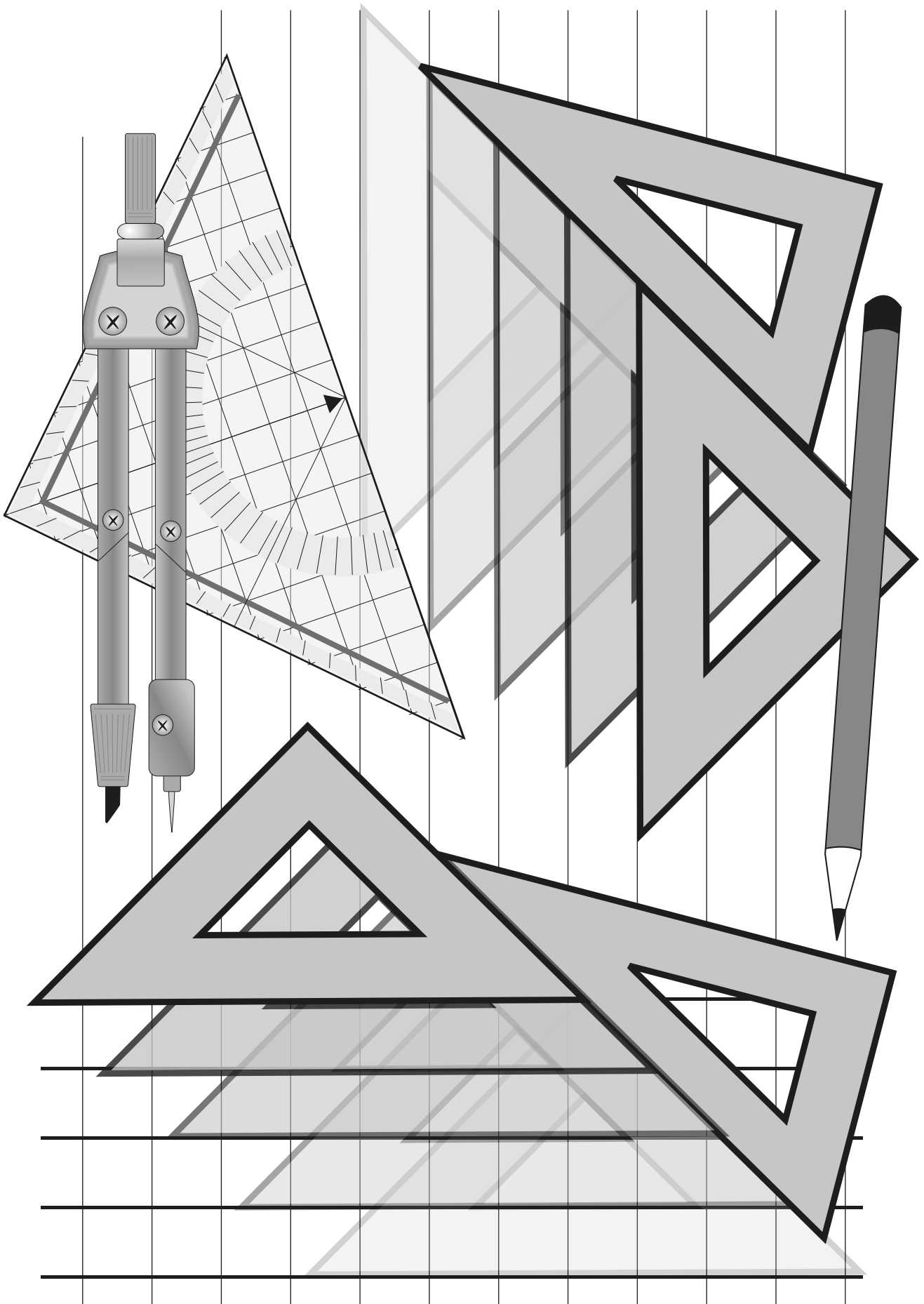


1- TRAZADOS GEOMÉTRICOS BÁSICOS



INTRODUCCIÓN A LA GEOMETRÍA

GEOMETRÍA: Es una rama de las matemáticas que se ocupa del estudio de propiedades de puntos, rectas, polígonos, etc. Proviene del Griego GEO (tierra) METROS (medida). Podemos clasificar la Geometría en dos clases:

- **GEOMETRÍA PLANA:** Estudia las propiedades de elementos con una o dos dimensiones. Es decir, solo se ocupa de todo lo que puede suceder en un plano.
- **GEOMETRÍA ESPACIAL:** También se llama geometría descriptiva y estudia las figuras y todo lo que puede suceder en las tres dimensiones. Fundamentalmente se ocupa de la representación de objetos o figuras tridimensionales sobre un plano (el papel) que tiene únicamente dos dimensiones.

PUNTO, RECTA, SEMIRECTA Y SEGMENTO

PUNTO: Geométricamente podemos definir un punto de tres formas: Intersección de dos rectas o arcos, Intersección de una recta con un plano, Circunferencia de radio 0.

RECTA: Es una sucesión de puntos en una misma dirección. Según esta definición una recta es infinita y solo la podemos concebir virtualmente y no realmente, ya que todos los soportes (papeles, lienzos, la pizarra de clase) son finitos. Una recta puede ser definida geométricamente por dos planos que se cortan (geometría descriptiva) o por dos puntos (geometría plana).

SEMIRECTA: Es una porción de recta delimitada por un punto.

SEGMENTO: Es una porción de recta delimitada por dos puntos, por tanto tiene principio y fin, es finito y se puede medir. Realmente todas las rectas que dibujamos son segmentos, pues empiezan y acaban en algún sitio. Por eso, para dibujar un segmento se suelen marcar claramente los puntos de principio y fin.

RELACIONES ENTRE RECTAS O SEGMENTOS

Dos rectas o segmentos pueden guardar tres tipos diferentes de relaciones:

- **PARALELAS:** Todos los puntos de las dos rectas están siempre a la misma distancia. Es decir, dos rectas paralelas nunca se cortan.
- **PERPENDICULARES:** Dos rectas son perpendiculares cuando se cortan formando cuatro ángulos rectos. Este concepto está relacionado con un adjetivo importante, **ortogonal**: decimos que dos rectas son ortogonales cuando forman ángulos de 90° , son rectos o perpendiculares.
- **OBLICUAS:** dos rectas oblicuas se cortan sin formar ángulos rectos

LA CIRCUNFERENCIA

TRES PUNTOS determinan en el plano una circunferencia. Dados tres puntos siempre podremos trazar una circunferencia. En términos tridimensionales tres puntos definen un plano. Una silla con tres patas nunca estará coja.

Una **circunferencia** es un conjunto de puntos que están a la misma distancia de otro punto llamado centro. Es una curva cerrada y plana cuyos puntos **EQUIDISTAN** (están a la misma distancia) del centro. Llamamos **RADIO** a la distancia entre el centro y cualquiera de los puntos de la circunferencia.

CÍRCULO: Es la porción de plano comprendida dentro de la circunferencia

RELACIONES CIRCUNFERENCIA - CIRCUNFERENCIA / CIRCUNFERENCIA - RECTA

SECANTES: Se cortan. Cuando dos circunferencias o una recta y una circunferencia se cortan producen dos puntos de intersección. Para una circunferencia y un segmento secantes encontramos:

- **Cuerda:** Porción de recta que queda dentro de la circunferencia y no pasa por el centro.
- **Diámetro:** Segmento que corta a la circunferencia en dos puntos pasando por el centro.
- **Arco:** Porción de circunferencia que queda entre los dos puntos de intersección con otra circunferencia o recta.
- **Flecha:** Radio perpendicular a una cuerda de circunferencia.

CIRCUNFERENCIAS TANGENTES: Una recta y una circunferencia son tangentes cuando se tocan pero no se cortan. En esos casos ambos elementos comparten en común un punto llamado punto de tangencia.

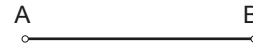
CIRCUNFERENCIAS EXTERIORES: Se llama así a dos circunferencias o una circunferencia y una recta que no se tocan ni se cortan.

CIRCUNFERENCIAS INTERIORES: Se dice que una "circunferencia es interior a otra" cuando está dentro de otra mayor y ni se tocan ni se cortan.

CIRCUNFERENCIAS CONCÉNTRICAS: Se llaman así las circunferencias que comparten el mismo centro.

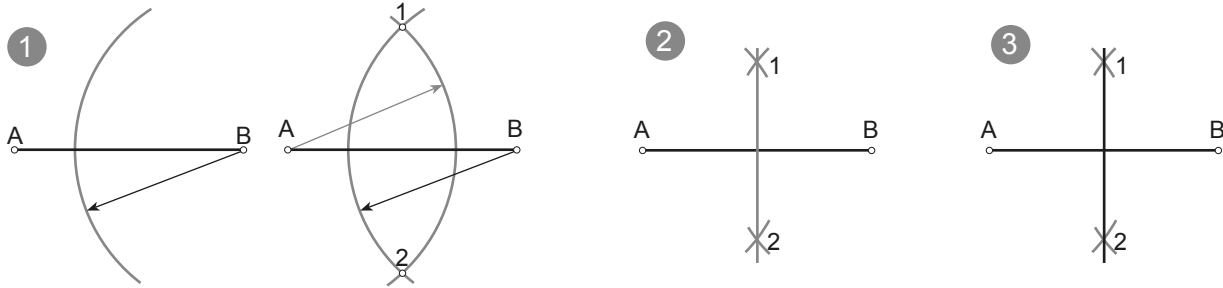
Mediatriz de un segmento:

Dado un segmento AB, hallar la mediatriz.



La mediatriz de un segmento es una recta perpendicular a este por su punto medio. Procedimiento:

- 1º- Se trazan dos arcos de igual radio con centro en ambos extremos A y B. Se obtienen así los puntos 1 y 2 donde ambos arcos se cortan.
- 2º- Se unen los puntos 1 y 2 para obtener la mediatriz.
- 3º- Se pasa el resultado a tinta.

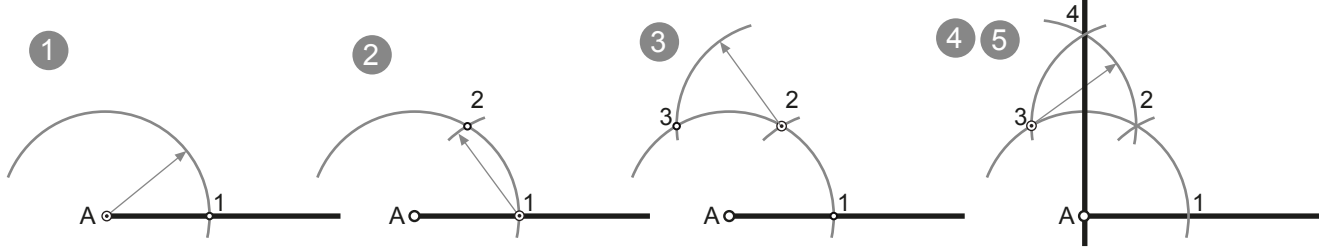


Perpendicular a un segmento o semirecta por un extremo:

Dado un segmento AB, trazar la perpendicular por el punto A.

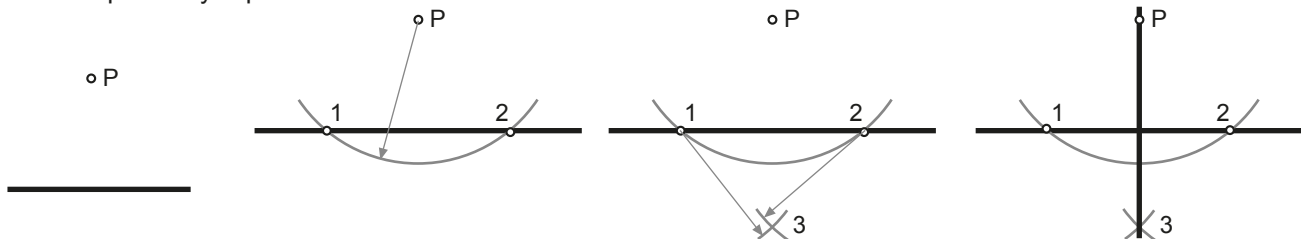


- 1º-Con centro en A se traza un arco (casi una semicircunferencia) que corta al segmento en el punto 1.
- 2º-Con centro en el punto 1 se traza otro arco con el mismo radio que corta al anterior arco en el punto 2.
- 3º-Con centro en el punto 2 y mismo radio se traza otro arco que corta al primero en el punto 3.
- 4º-Con centro en el punto 3 trazamos otro arco, de mismo radio, que corta al último en el punto 4.
- 5º-Se une el punto 4 con el punto A. Pasamos a tinta la recta 4A.



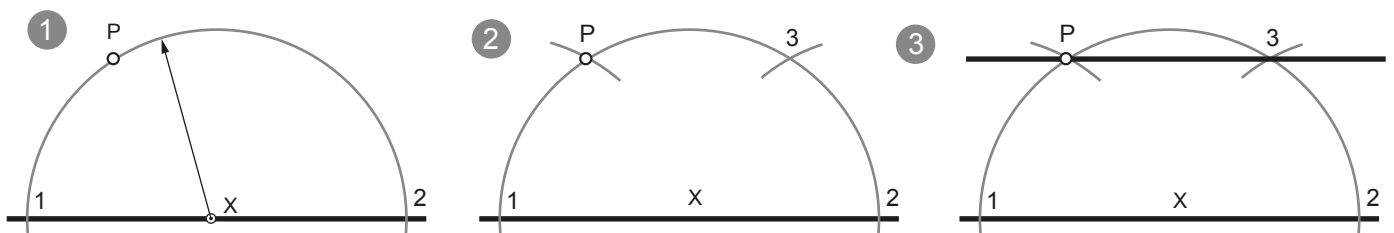
Perpendicular a una recta por un punto exterior a ella:

- 1º-Con centro en P se traza un arco de circunferencia que corte a la recta en dos puntos: 1 y 2.
- 2º-Con centro en los puntos 1 y 2, se trazan dos arcos de radio mayor a la mitad de la distancia entre ellos. Donde ambos arcos se cortan obtenemos el punto 3.
- 3º-Se une el punto 3 y el punto P.



Paralela a una recta por un punto exterior:

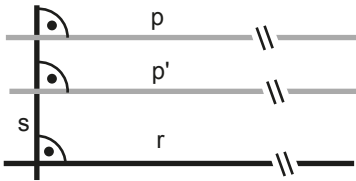
- 1º- Se elige un punto X centrado en la recta como centro y se traza una semicircunferencia de radio XP que la corta en dos puntos: 1 y 2.
- 2º- Con centro en el punto 1 se toma el radio 1P y desde el punto 2 se traza un arco que corta al primero en el punto 3.
- 3º- Se une el punto 3 con P.



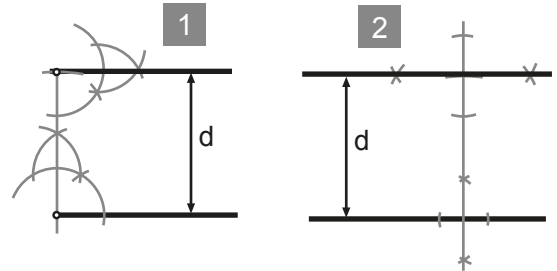
Paralela a una recta a una distancia dada (d) :

d

La distancia entre una recta y otra es la medida que se toma sobre una recta perpendicular a ambas. Si tenemos una recta (r), y una recta perpendicular (s), cualquier recta perpendicular (p) a (s) será paralela a (r).

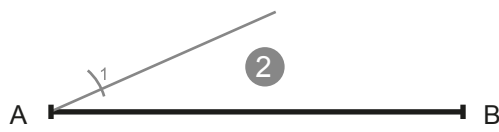


Por lo tanto podemos emplear cualquiera de los metodos de "perpendicularidad" para resolver este problema. A la derecha te mostramos dos de ellos.

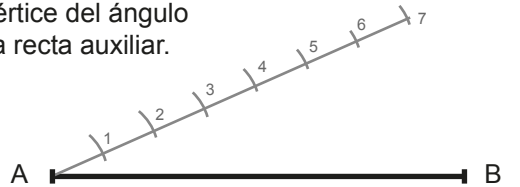


DIVISIÓN DE UN SEGMENTO EN n (7) partes iguales: A ————— B

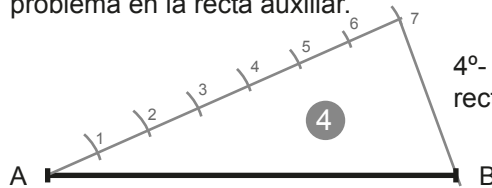
1º- Desde un extremo del segmento dado trazamos una recta auxiliar. No importa la abertura del ángulo que esta forme con el segmento dado.



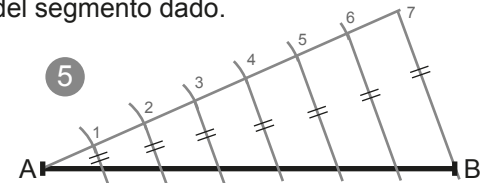
2º- Tomamos un radio con el compás (no importa la abertura, solo que quepa tantas veces como divisiones nos pide el problema sobre la recta auxiliar) y con centro en el vértice del ángulo trazamos una marca sobre la recta auxiliar.



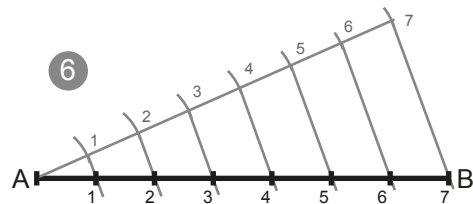
3º- Con centro en esa primera marca, y con el mismo radio de compás repetimos la operacion hasta tener tantas partes como nos pide el problema en la recta auxiliar.



4º- Trazamos un segmento que une la ÚLTIMA DIVISIÓN de la recta auxiliar con EL EXTREMO B del segmento dado.

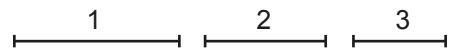


5º- Trazamos paralelas a la última recta pasada. estas pasan por las divisiones que hemos trazado sobre la recta auxiliar y cortan al segmento dado en el enunciado del problema.



6º- Los puntos de corte de las paralelas con el segmento dado son la solución, las divisiones del segmento en el nº de partes que pedía el enunciado.

División de un segmento AB en PARTES PROPORCIONALES a los segmentos 1, 2 y 3 DADOS:

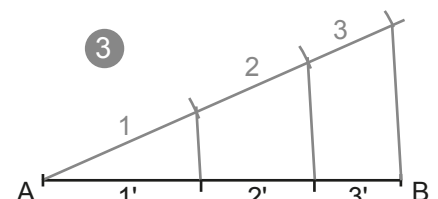
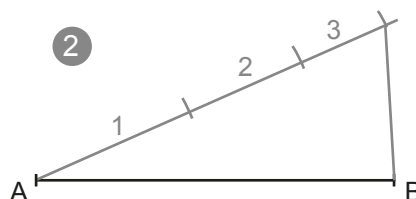
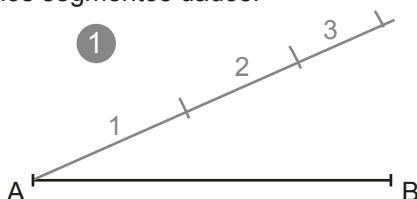


El procedimiento es el mismo que el anterior. Esta vez en lugar de dividir el segmento auxiliar en partes iguales copiamos, uno tras otro los tres segmentos dados.

1º- A partir del punto A trazamos un segmento auxiliar sobre el cual copiamos con el compás las magnitudes de los segmentos según los cuales se quiere dividir el segmento AB.

2º- Unimos el último punto del segmento auxiliar con los tres segmentos copiados uno tras otro con el extremo B del segmento a dividir proporcionalmente.

3º- Trazamos paralelas al segmento trazado de modo que el segmento Ab queda dividido en partes proporcionales los segmentos dados.



COPIA DE ÁNGULOS CON COMPÁS Y REGLA: dado un ángulo (a) trazar otro ángulo (a') igual.

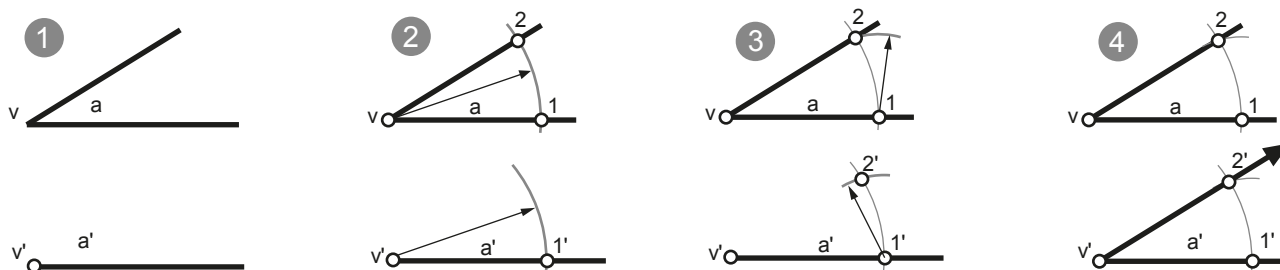
1º. Se traza un segmento o semirecta y se indica v' que será el vértice del nuevo ángulo copiado.

2º. Con centro en el punto v se traza un arco de radio cualquiera que corta los lados de este en los puntos 1 y 2.

Con centro en v' se traza un arco de igual radio que cortará al lado ya dibujado en el punto 1'.

3º. Desde el punto 1 del ángulo dado, se mide con el compás la distancia desde 1 hasta 2. En el nuevo ángulo copiado con centro en 1' se traza un arco que corte al anterior obteniendo 2'

4º. Se une v' con 2'.



BISECTRIZ DE UN ÁNGULO:

Es la semirecta que divide un ángulo en dos partes iguales pasando por el vértice.

Todos los puntos de la bisectriz equidistan (están a la misma distancia) de los lados del ángulo.

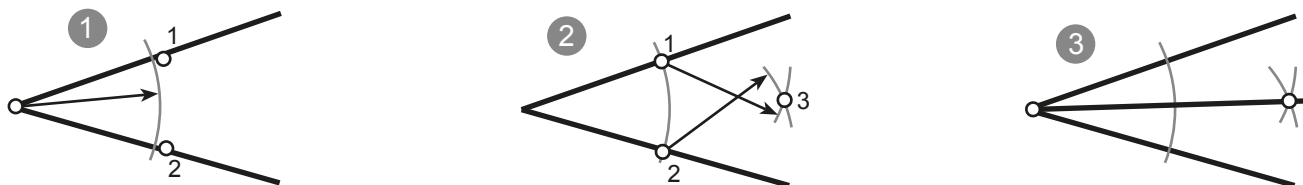
La bisectriz es el lugar geométrico de los puntos de un plano que equidistan de los lados de un ángulo.

TRAZADO DE LA BIASECTRIZ: Dado un ángulo a, trazar su bisectriz.

1º. Con centro en el vértice y un radio cualquiera (suficientemente amplio) se traza un arco que corta a ambos lados del ángulo en los puntos 1 y 2.

2º. Con centros en los puntos 1 y 2 se trazan dos arcos de igual radio (mayor a la mitad de la distancia entre 1 y 2) que se cortan en el punto 3.

3º. Se une el punto 3 con el vértice del ángulo dado.



TRAZADO DE LA BIASECTRIZ DE UN ÁNGULO DEL QUE SE DESCONOCE EL VÉRTICE:

Dadas dos rectas, no paralelas: r y s, trazar su bisectriz.

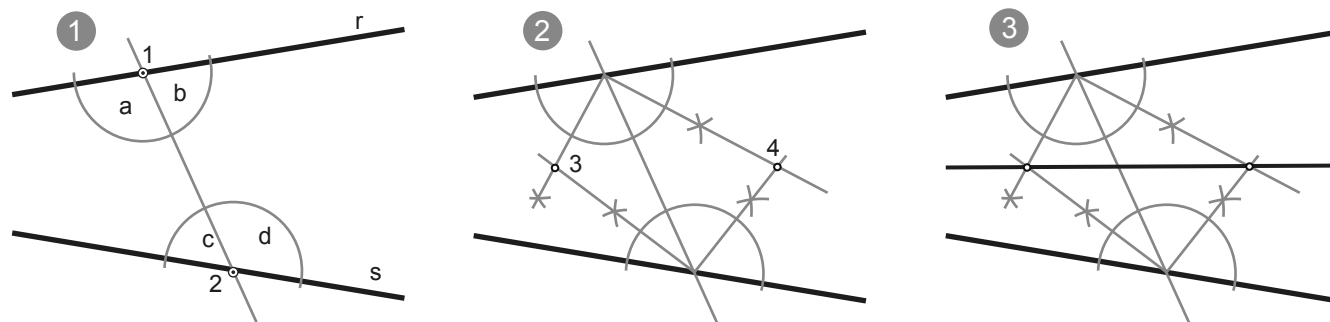
Existen dos métodos para resolver este problema.

MÉTODO 1: Recta que corta a ambos lados del ángulo.

1º. Se traza una recta que corta a ambos lados del ángulo en los puntos 1 y 2. De este modo, 1 y 2 se convierten en vértices de 4 ángulos: a, b, c y d

2º. Se trazan las bisectrices de los ángulos a, b, c y d. Las bisectrices se cortan en dos puntos: 3 y 4

3º. Se une el punto 3 con el 4.



MÉTODO 1: Contracción uniforme del ángulo hasta obtener un vértice

Se trazan paralelas interiores al ángulo, una a cada lado del ángulo, a la misma distancia con la finalidad de obtener un nuevo ángulo que sí que muestre su vértice. Al nuevo ángulo se le traza la bisectriz que es compartida con el ángulo dado.