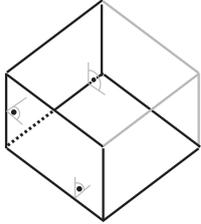


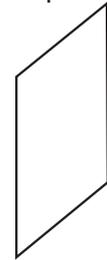
**AXONOMÉTRICA:** Axo (Ejes)+ Métrica (medidas). Axonométricas son todas aquellas representaciones de objetos o figuras que se han llevado a cabo a partir de tres ejes.

## ELEMENTOS

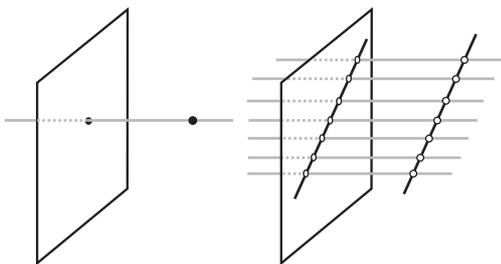
**TRIEDRO TRIRECTÁNGULO:** Triedro (tres planos)+Trirectángulo (tres ángulos rectos). Si a un cubo le suprimimos tres de sus planos nos quedamos con tres planos que forman ángulos rectos dos a dos. Estos tres planos producen tres rectas intersección que serán los ejes de coordenadas (x, y, z). El punto en común de las tres rectas es el origen de coordenadas.



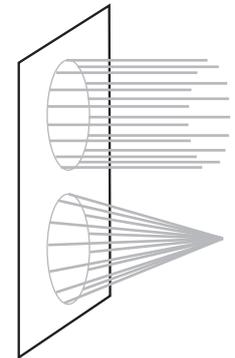
**PLANO DE CUADRO:** También llamado plano de referencia, es aquel donde se proyectan los tres ejes producidos por el triedro. Es el equivalente a una pantalla de cine, un cristal donde se calca la realidad tridimensional o el papel donde dibujamos.



**PROYECCIONES:** La proyección de un punto es la intersección de una recta proyectante en un plano (otro punto) pasando la recta por dicho punto. La proyección de una recta es el conjunto de intersecciones de rectas proyectantes (infinitas, aunque con dos bastan para definir una recta) en un plano, pasando todas las rectas proyectantes por dicha recta.



**TIPOS DE PROYECCIONES:** Cuando las rectas proyectantes son paralelas en el espacio se dice que estamos ante una proyección cilíndrica. Cuando las rectas proyectantes parten todas de un mismo punto o foco se dice que estamos ante una proyección cónica. el papel donde dibujamos. Las proyecciones en axonométrica son cilíndricas.



## TIPOS DE PROYECCIONES EN AXONOMÉTRICA

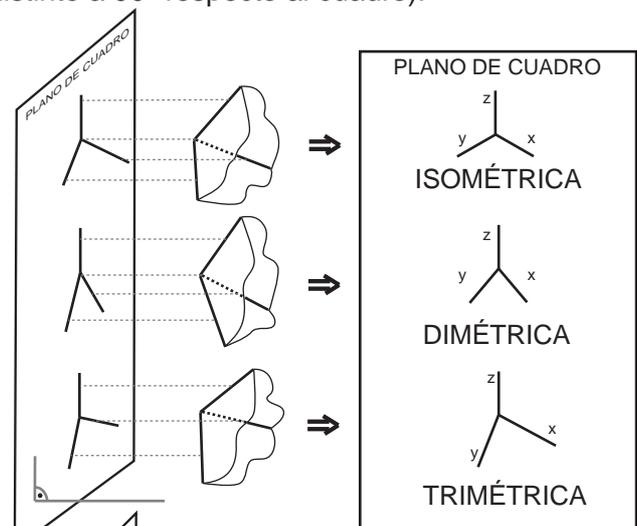
Para obtener los ejes axonométricos, o triedro de coordenadas proyectaremos el triedro trirectángulo sobre el plano de cuadro. Las proyecciones son siempre cilíndricas. Pero estas respecto al plano de cuadro pueden ser **ORTOGONALES** (las rectas proyectantes forman  $90^\circ$  respecto al plano de proyección) u **OBLICUAS** (las rectas proyectantes forman un ángulo distinto a  $90^\circ$  respecto al cuadro).

### AXONOMÉTRICAS ORTOGONALES:

Dependiendo de la posición relativa del triedro trirectángulo respecto al plano de cuadro, las proyecciones ortogonales producirán unas magnitudes angulares entre los ejes diferentes.

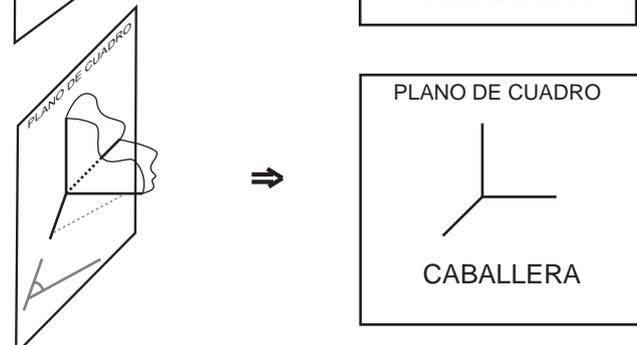
Si los ejes se proyectan sobre el cuadro formando tres ángulos iguales ( $120^\circ$ ) nos encontramos ante una perspectiva **ISOMÉTRICA**, si dos ángulos son iguales la perspectiva será **DIMÉTRICA** y si cada ángulo tiene una magnitud diferente se tratará de una **TRIMÉTRICA**.

Del mismo modo la posición relativa del triedro respecto al plano de proyección provocará que los ejes sufran una reducción en sus magnitudes.

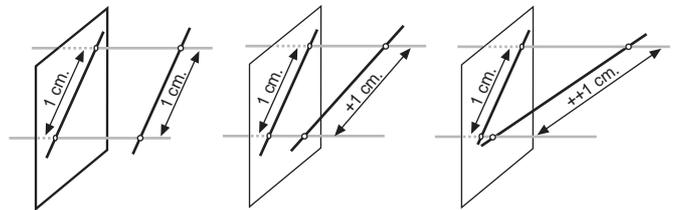


### AXONOMÉTRICA OBLICUA - CABALLERA:

En este caso uno de los planos del triedro trirectángulo coincide con el plano de cuadro. Las proyecciones ortogonales proyectarían el tercer eje de coordenadas en un solo punto. Esto se resuelve proyectando ese eje de forma oblicua respecto al plano de proyección. De este modo este será el único eje que se vea sometido a una reducción.



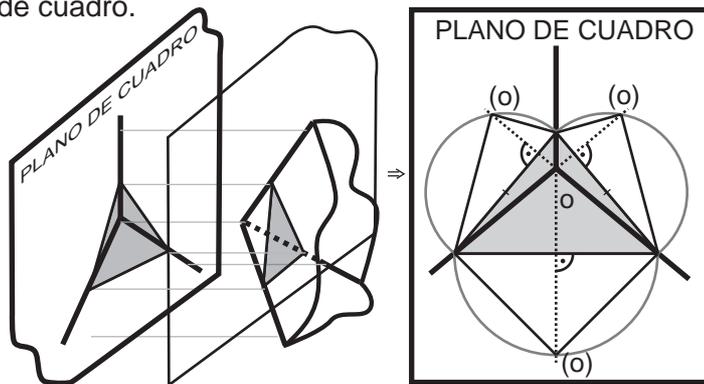
**REDUCCIÓN:** Una reducción es una disminución de la verdadera magnitud de un segmento provocada por una proyección cuando una recta no es paralela al plano de proyección. El coeficiente de reducción se expresa mediante una fracción o mediante un número con decimales (menor que uno).



Esto mismo les sucede a los ejes del sistema axonométrico ortogonal ya que estos nunca son paralelos al plano de cuadro: En perspectiva isométrica los tres ejes se ven siempre sometidos a la misma reducción (0,816). En dimétrica el eje que divide los dos ángulos iguales se ve sometido a una reducción mientras que los otros dos, los que forman el ángulo desigual, están marcados por otra misma reducción. Y en trimétrica cada eje se somete a un coeficiente de reducción distinto.

## EL TRIÁNGULO DE TRAZAS

El triángulo de trazas es la intersección producida en el triedro trirectángulo por un plano paralelo al plano de cuadro.



En el triedro de coordenadas (proyectado en el plano de cuadro) este tiene los lados siempre perpendiculares al eje de coordenadas opuesto.

En el triedro trirectángulo no solo son perpendiculares entre sí los planos, sino que también lo son sus intersecciones (los ejes axonométricos).

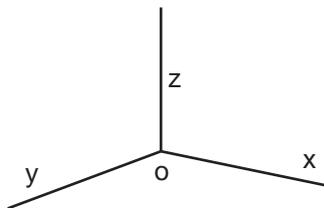
Sin embargo en proyecciones estas magnitudes angulares se ven alteradas. En isométrica encontramos tres ángulos iguales de  $120^\circ$ , en dimétrica los  $360^\circ$  de la circunferencia son divididos en tres porciones, una de ellas desigual y en trimétrica encontramos tres magnitudes angulares diferentes.

El triángulo de trazas sirve para abatir sobre el plano auxiliar que lo produce estos ángulos desvirtuados, contenidos en los planos de coordenadas, utilizando como charnela o eje de giro sus lados.

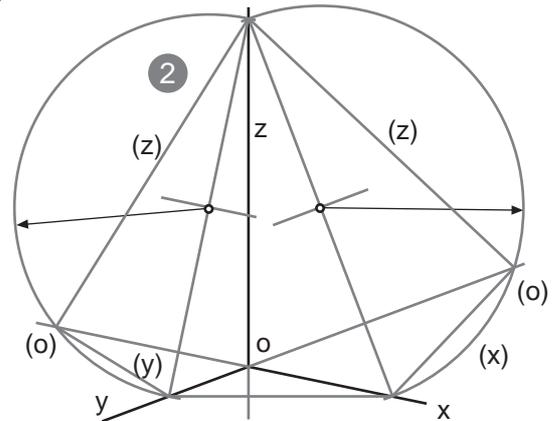
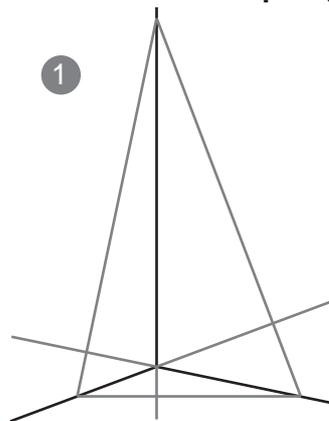
De este modo situamos los planos de coordenadas en una posición frontal al cuadro para observar los esas porciones de los ejes y los ángulos que estos producen en verdadera magnitud.

Es importante la dirección de afinidad, siempre perpendicular a los lados del triángulo de trazas que es el eje de afinidad (lo cual es lo mismo que una prolongación de los ejes), esta nos permitirá llevar las medidas y las formas desde los ejes abatidos hasta la perspectiva axonométrica.

**Dados los ejes axonométricos de una perspectiva trimétrica. Dibujar un cubo, de un centímetro de arista, adosado a los planos de coordenadas con uno de sus vértices situado sobre el origen de coordenadas. (este enunciado viene a ser lo mismo que "graduar con un centímetro cada uno de los ejes dados")**



1º- Dibujamos el triángulo de trazas, con los lados perpendiculares a las prolongaciones de los ejes axonométricos

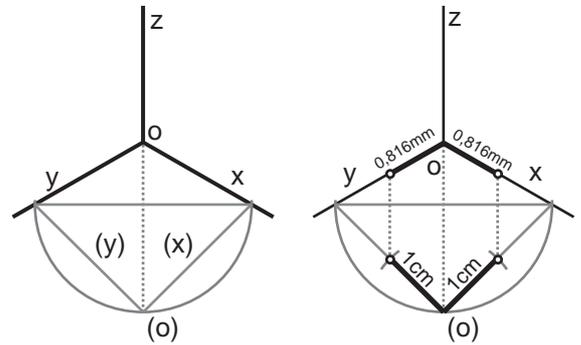
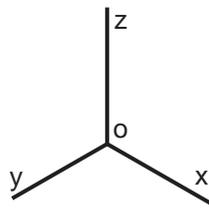


2º- Abatiremos solo dos de los planos de coordenadas, ya que entre estos dos se contienen a los tres ejes. Para ello trazamos el arco capaz de  $90^\circ$  de dos de los lados del triángulo de trazas y en la prolongación de el eje axonométrico opuesto (dirección de afinidad) encontraremos el origen de coordenadas abatido mostrando la porción de plano axonométrico en verdadera magnitud y forma ( $90^\circ$ ).

3º- Graduamos, a partir del origen abatido (o), los ejes abatidos (x), (y), (z). Y llevamos las magnitudes, siguiendo las direcciones de afinidad a los ejes axonométricos.

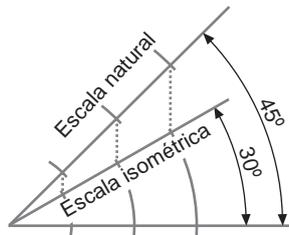
En esta ilustración vemos que el eje z es el que menor reducción sufre, mientras que el eje y es el que a mayor reducción se ve sometido.

**ISOMÉTRICA:** Los ejes en la perspectiva isométrica forman tres ángulos iguales de  $120^\circ$ . Y en relación con esto los tres ejes se ven sometidos a una misma reducción cuando se proyectan sobre el plano de cuadro o referencia.



En perspectiva isométrica no es necesario abatir las tres porciones del triedro para observar sus ejes en verdadera magnitud y forma, pues los tres son iguales. Bastará simplemente con trazar un solo lado del triángulo de trazas y abatir un solo plano de coordenadas. Es más, al ser todas las perspectivas isométricas iguales no necesitaremos realizar esta operación conociendo que el coeficiente de reducción de todos sus ejes es 0,816.

Nos quedaría por abatir y aplicar la afinidad al eje z, lo cual no es necesario, pues sabemos que en este sistema axonométrico los tres ejes sufren la misma reducción.



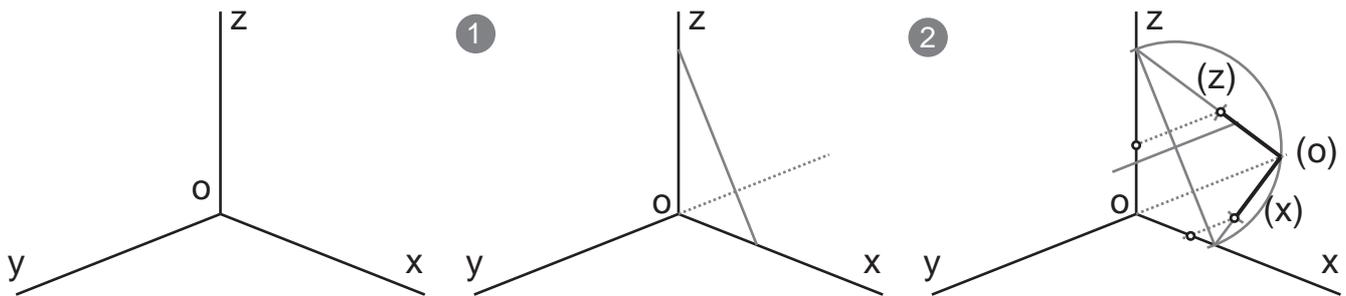
A la izquierda observamos un método para realizar una escala gráfica isométrica que es derivada de la afinidad anterior.

Conociendo esta reducción tampoco es necesaria esta operación que hemos aplicado aquí para demostrar el coeficiente de 0,816.

Aunque en la mayoría de los casos, cuando se realiza una perspectiva isométrica no se aplican los coeficientes de reducción a los ejes. Ya que, al contar estos con la misma reducción, la diferencia entre aplicar coeficientes y no aplicarlos tan solo causa una pequeña variación de escala del dibujo resultante, siendo de un modo u otro una figura semejante el dibujo final. Cuando la perspectiva isométrica no tiene aplicadas las escalas de los ejes o coeficientes de reducción suele reserirse a ella como "dibujo isométrico", Aunque también se puede especificar "perspectiva isométrica sin aplicar los coeficientes de reducción".

### COEFICIENTE DE REDUCCIÓN EN DIMÉTRICA Y TRIMÉTRICA

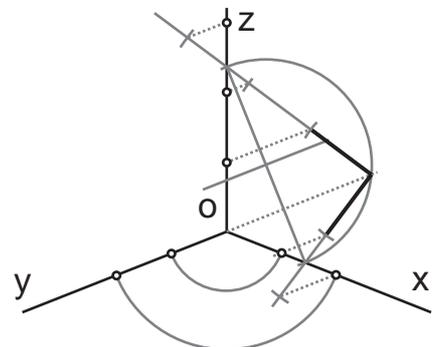
Hemos observado el procedimiento al estudiar el triángulo de trazas. Y ha quedado claro que, para una trimétrica, no es necesario abatir los tres planos de coordenadas ya que solo dos de ellos ya contienen a los tres ejes. En el caso de una dimétrica simplemente necesitaríamos abatir uno de los planos coordenados.



1º- Sabemos que la reducción en el eje x y en el eje y han de ser la misma, ya que el ángulo que forman estos ejes con el eje z es el mismo. Por ello solo necesitamos dibujar una de las trazas del triángulo de trazas, bien la traza sobre el plano de coordenadas zox o bien la traza sobre el plano zoy. En este caso lo hemos hecho con el primero de los nombrados.

2º- Con ayuda del arco capaz de  $90^\circ$  abatimos para observar en posición frontal (verdadera magnitud y forma) el plano zox, obteniendo (o), (x) y (z). A partir de (o) hemos medido 1 cm sobre (z) sobre (x) y por afinidad devolvemos estas magnitudes a las proyecciones originales de los ejes x y z. Sabemos que la reducción en x e y es la misma por lo que solo hemos de copiar las magnitudes de un eje a otro.

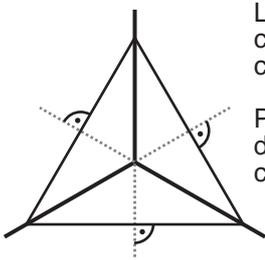
En el caso de que quisieramos graduar los ejes y la magnitud de estos abatidos no fuera suficiente, debemos prolongar los ejes abatidos, marcar las medidas necesarias y aplicar la misma dirección de afinidad (perpendicular a la traza o charnela) para llevar las medidas reducidas a los ejes de coordenadas originales.



# TRIÁNGULO DE TRAZAS-TRIÁNGULO ÓRTICO- TEOREMA DE SLÖMICH

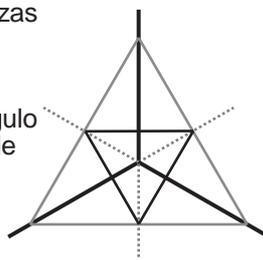
El triángulo de trazas es la intersección producida en el triedro trirectángulo por un plano paralelo al plano de cuadro.

Este tiene sus lados perpendiculares a los ejes de coordenadas.



Las tres alturas del triángulo de trazas coinciden con los ejes de coordenadas.

Por lo tanto el ortocentro del triángulo de trazas coincide con el origen de coordenadas.



Al unir los pies de las alturas del triángulo de trazas obtenemos su triángulo órtico.

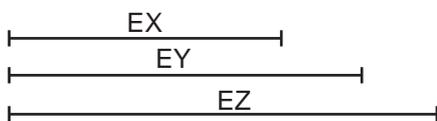
Las alturas del triángulo de trazas son las bisectrices de su triángulo órtico. Y a su vez, el ortocentro del triángulo de trazas es el incentro su triángulo órtico.

**TEOREMA DE SLÖMICH- WAISBACH:** Las proyecciones de los ejes de coordenadas (aristas del triedro trirectángulo) son las bisectrices de los vértices del triángulo formado al unir los pies de las alturas del triángulo de trazas (triángulo órtico).

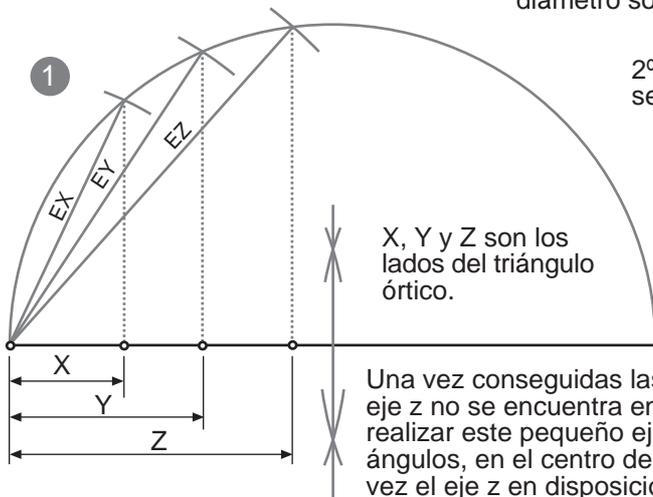
Las propiedades derivadas servirán para resolver problemas axonométricos en referencia a las escalas axonométricas, o coeficientes de reducción, de los ejes de coordenadas.

Así que ya conociendo como resolver "hallar las escalas axonométricas del sistema dados sus tres ejes" (mediante el triángulo de trazas). Y conociendo también el teorema de Slömich podemos pasar a resolver el problema inverso:

## Dadas las escalas axonométricas (segmentos: EX, EY y EZ), hallar los ejes del sistema



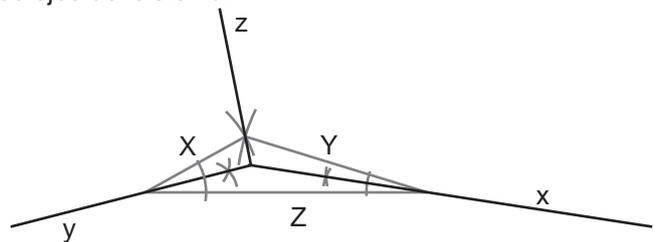
1º- Trazamos una semi-circunferencia de diámetro mayor que el mayor de los segmentos dados. Desde un extremo del diámetro hasta cortar a la semi-circunferencia trazamos como cuerdas las tres escalas dadas. Y proyectamos los extremos opuestos a los coincidentes en el extremo del diámetro sobre el diámetro. obteniendo los valores X, Y y Z.



X, Y y Z son los lados del triángulo órtico.

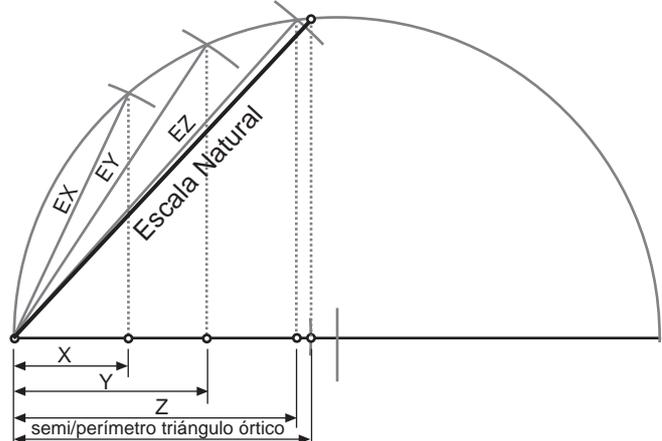
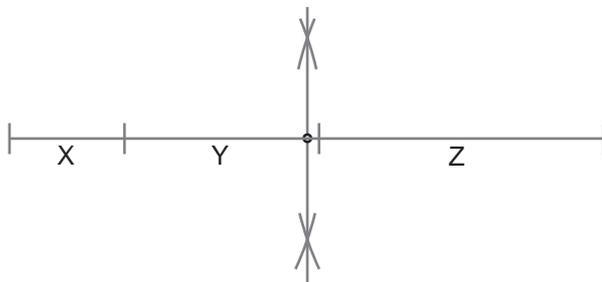
Una vez conseguidas las amplitudes angulares entre los tres ejes observamos que el eje z no se encuentra en posición vertical (como se suele situar). Solo tendremos que realizar este pequeño ejercicio al margen y copiar a partir del origen, por copia de ángulos, en el centro de la hoja o lámina destinada al ejercicio los ejes situando esta vez el eje z en disposición vertical respecto a la hoja.

2º- Trazamos el triángulo XYZ. Trazamos sus bisectrices que serán los ejes del sistema.



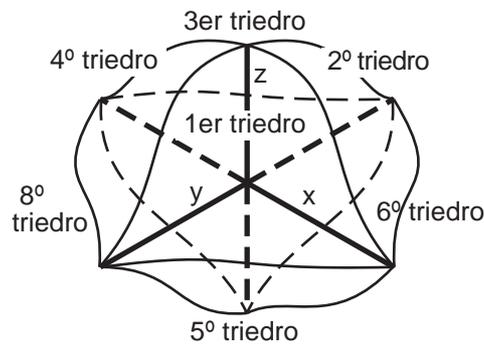
Con estos dos pasos ya tenemos los ejes del sistema, también tenemos (dadas con el enunciado las Escalas axonométricas). Necesitamos conocer la Escala Natural, a la cual representan las tres escalas dadas a causa de las reducciones de los ejes. El semiperímetro del triángulo órtico es la proyección sobre el diámetro de la semi-circunferencia trazada de la Escala natural:

3º- sumamos X, Y y Z, trazamos su mediatriz y situamos el segmento resultante sobre el perímetro, proyectamos

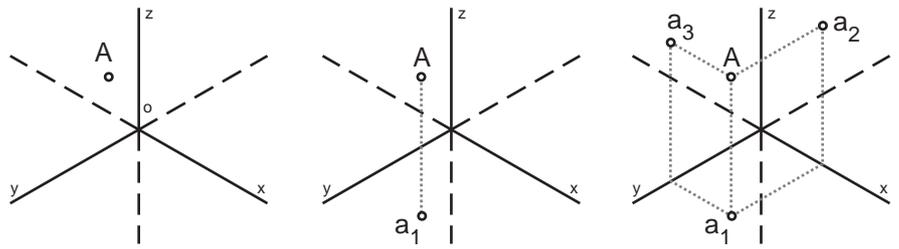


De este modo hemos obtenido los datos necesarios y suficientes para trazar la perspectiva que se nos pida a continuación.

**EL PUNTO:** El punto en el sistema axonométrico se puede proyectar sobre sus tres planos de coordenadas., además de su proyección directa sobre el plano de cuadro o referencia. Para que la ubicación de un punto quede determinada son necesarias al menos dos de sus cuatro proyecciones. Teniendo dos proyecciones del punto se pueden obtener las otras dos.



Observemos tres ilustraciones del punto A en el primer triedro.



En la ilustración de la izquierda vemos el triedro trirectángulo y sus 8 triedros señalados, se ha omitido la notación del 7º triedro, bajo el 3º, para no crear confusión.

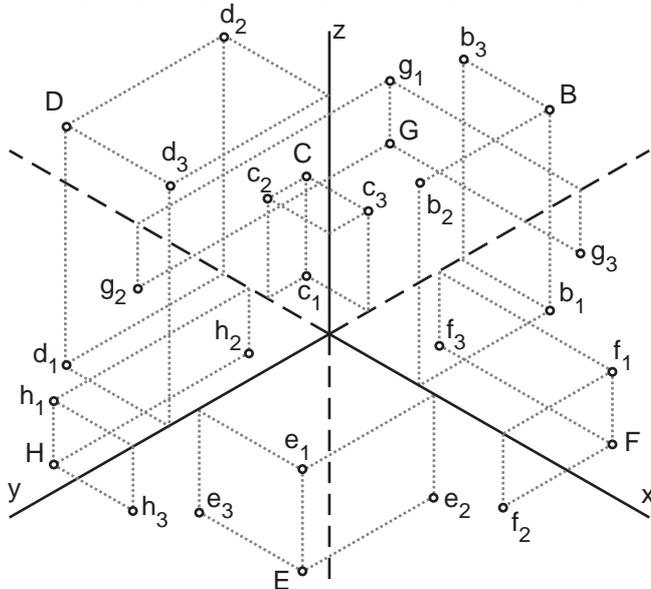
En la primera de las tres ilustraciones del punto A (a la izquierda) vemos como con un solo componente del punto A (en este caso sería el punto en el espacio, no queda definida su situación exacta).

Es en la segunda ilustración donde se nos muestra A y su proyección sobre el plano yoz, esta proyección sobre el plano horizontal se suele anotar con un sub-índice 1 y en letras minúsculas. Punto en el espacio y una proyección ya definen la posición exacta del punto.

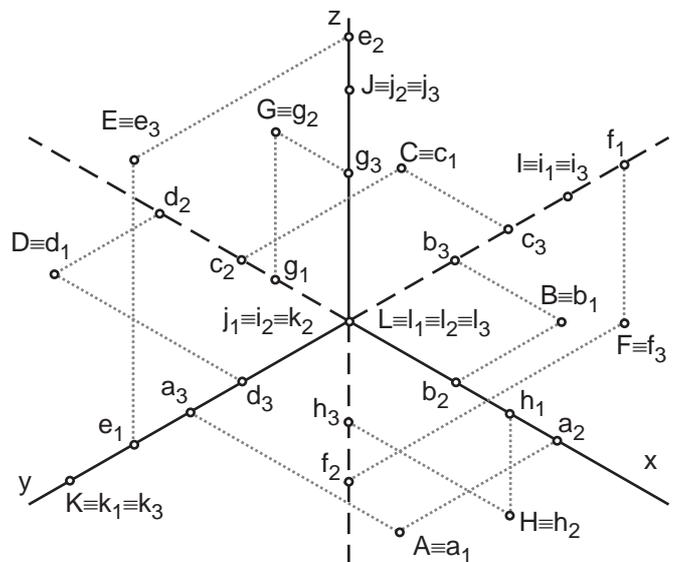
En la ilustración de la derecha vemos el punto y sus tres proyecciones sobre los planos de coordenadas, estas pueden ser determinadas partiendo solo de dos componentes (como por ejemplo los de la ilustración central) trazando paralelas a los ejes.

Observadas las proyecciones de un punto A en el primer triedro vamos a ver otras posibles localizaciones de puntos en el sistema axonométrico:

**PUNTOS CONTENIDOS EN LOS TRIEDROS**



**PUNTOS CONTENIDOS EN LOS PLANOS/EJES AXONOMÉTRICOS**



Los puntos pueden ser definidos por coordenadas que atienen a los tres ejes en el siguiente orden (x,y,z), los valores de las tres coordenadas pueden darse en negativo o en positivo, cuando los tres valores son positivos (+,+,+) el punto se encontrará en el primer triedro, vamos a estudiar los signos de los puntos representados sobre estas líneas :

B(+,-,+), C(-,-,+), D(-,+,+), E(+,+,-), F(+,-,-), G(-,-,-), H(-,+,-)

A(+,+,0), B(+,-,0), C(-,-,0), D(-,+,0), E(0,+,+), F(0,-,-), G(-,0,+), H(+,0,-), I(0,-,0), J(0,0,+), K(0,+,0), L(0,0,0)

Ningún punto en este sistema se encuentra sobre los los planos axonométricos, por lo que todos las coordenadas han de ser positivas o negativas.

En este caso todos los puntos se encuentran sobre planos de coordenadas, por lo que en sus coordenadas tienen al menos un 0, si se encuentran sobre un eje sus coordenadas muestran dos 0 y el punto L, que se encuentra sobre el origen muestra sus tres valores nulos.

Por todo esto si nos dieran un punto A, por ejemplo con estas coordenadas (-10,15,25) deberíamos medir desde el origen, por supuesto, TENIENDO EN CUENTA LAS REDUCCIONES DE LOS EJES, a no ser que el enunciado del ejercicio dijera lo contrario.

**LA RECTA:** A la recta en el sistema axonométrico sucede lo mismo que al punto, se puede proyectar sobre sus tres planos de coordenadas además de su proyección directa sobre el plano de cuadro o referencia. Para que la ubicación de una recta quede determinada son necesarias al menos dos de sus cuatro proyecciones. Teniendo dos proyecciones se pueden obtener las otras dos.

Al considerar los planos de coordenadas como opacos, las rectas, al igual que en sistema diédrico tendrán porciones vistas y porciones ocultas.

También al igual que en diédrico las rectas en axonometría tienen trazas, pudiendo tener una como mínimo y tres como máximo (una con cada plano de coordenadas).

Tanto las partes ocultas de una recta como sus trazas pueden resultar útiles o necesarias para determinar planos o resolver otro tipo de ejercicios.

Recordemos que EN GEOMETRÍA DESCRIPTIVA:

- Una recta está definida por:
  - a) dos puntos
  - b) la intersección de dos planos
- PERTENENCIAS:
  - a) un punto pertenece a una recta cuando sus proyecciones están contenidas en las proyecciones de la recta.
  - b) Una recta pertenece a un plano cuando sus trazas están contenidas en las trazas de un plano.

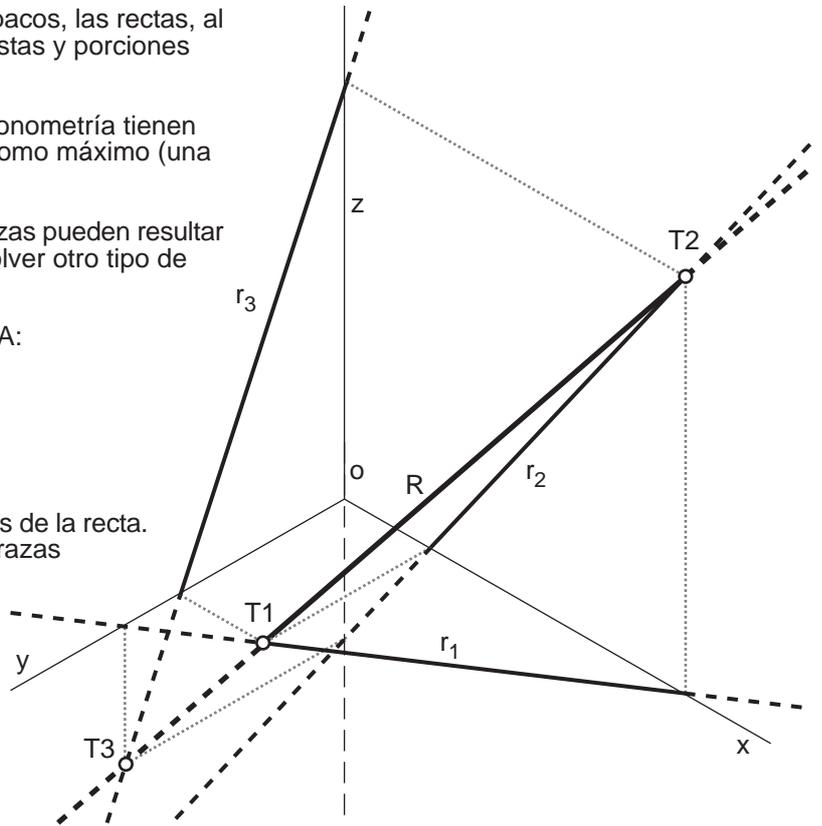
Como se puede observar en la ilustración hay dos modos de encontrar las trazas de una recta:

-La traza de una recta con un plano de coordenadas se encuentran en la intersección de la proyección directa de la recta con la proyección sobre dicho plano de coordenadas.

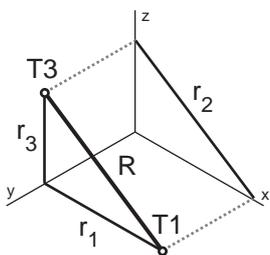
-Relacionando dos proyecciones de la recta mediante las direcciones de los ejes axonométricos.

Cuando una de las proyecciones llega a cortar un eje de coordenadas, a partir de dicha intersección trazamos una dirección a otro eje, sobre otro plano, hasta que corta otra proyección de la recta. En ese punto se encontrará la traza. Es algo similar al procedimiento de hallar las trazas en diédrico, pero más intuitivo y visual.

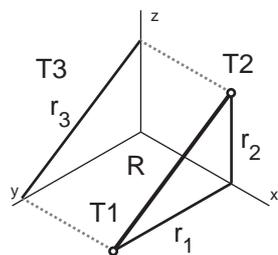
Arriba observamos las cuatro proyecciones de una recta cualquiera, oblicua a los tres planos de coordenadas. Este tipo de rectas siempre tiene tres trazas, pudiéndose encontrar cualquiera de ellas en una parte no visible. A continuación veremos algunos tipos de rectas que son paralelas a algún plano de coordenadas.



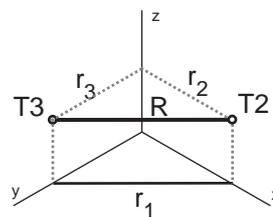
**RECTA FRONTAL**



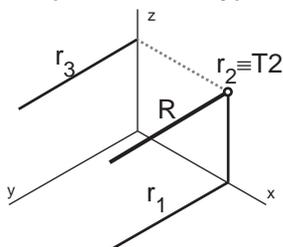
**RECTA DE PERFIL**



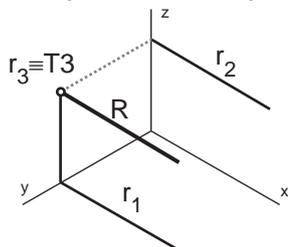
**RECTA DE PERFIL**



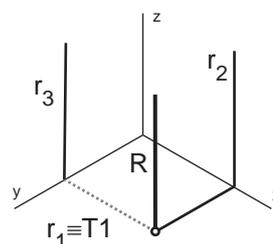
**RECTA HORIZONTAL (Paralela a zoy)**



**RECTA HORIZONTAL (Paralela a xoz)**



**RECTA VERTICAL**



En este pequeño alfabeto que contiene aproximadamente a la mitad de tipologías de rectas que podemos encontrar en el sistema axonométrico hemos omitido algunos tipos de rectas:

- Rectas contenidas en los planos axonométricos (3).

- Rectas que cortan a los ejes axonométricos (3)

- Recta que corta al origen de coordenadas.

Estos tipos de rectas, a excepción del primer grupo, no son más que rectas oblicuas con características especiales.

**EL PLANO:** Al plano en el sistema axonométrico le sucede lo mismo que al plano en diédrico, se representa por sus trazas, las trazas son las rectas de intersección con los planos de coordenadas. Un plano en sistema axonométrico podrá tener hasta tres trazas teniendo como mínimo dos trazas en el caso de que el plano sea paralelo a alguno de los planos del sistema.

Recordemos que EN GEOMETRÍA DESCRIPTIVA:

- Un plano puede estar definido de los siguientes modos:
  - a) Tres puntos no alineados.
  - b) Una recta y un punto no perteneciente a ella
  - c) Dos rectas que se cortan.
  - d) Dos rectas paralelas.

-PERTENENCIAS:

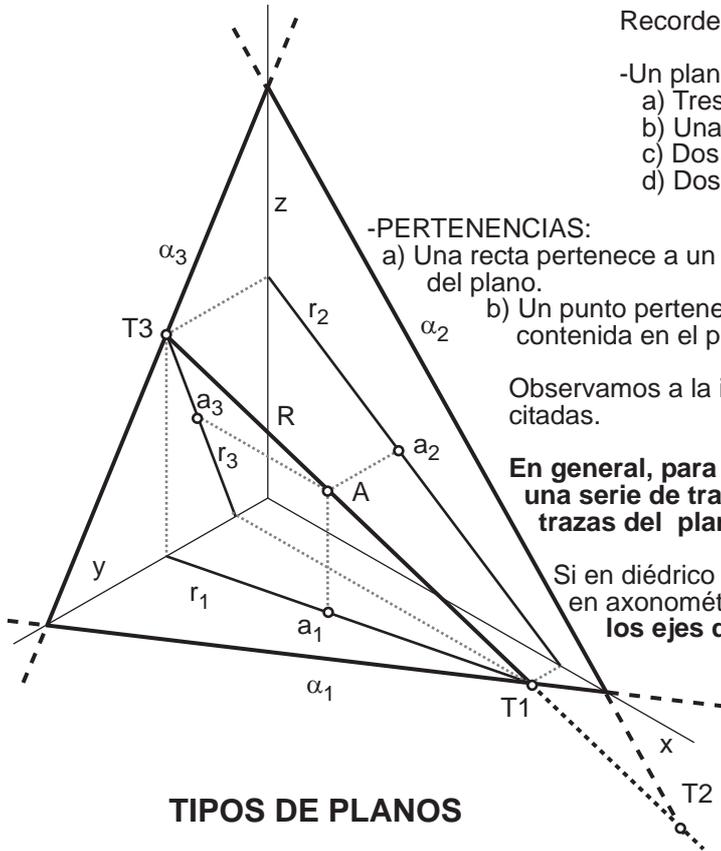
- a) Una recta pertenece a un plano cuando las trazas de la recta están contenidas las del plano.
- b) Un punto pertenece a un plano cuando pertenece a una recta que esta contenida en el plano.

Observamos a la izquierda las condiciones de pertenencia anteriormente citadas.

**En general, para obtener las trazas de un plano, deberemos obtener una serie de trazas de rectas que hagan posible el trazado de las trazas del plano.**

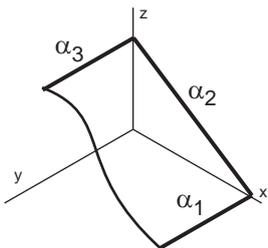
Si en diédrico las trazas de los planos se cortaban en la línea de tierra, en axonométrica sucede que **las trazas de los planos se cortan en los ejes de coordenadas.**

La parte que nos interesa del plano siempre se encuentra en el primer triedro, aunque no hay que descartar zonas no visibles que pueden contener trazas de rectas que ayuden a determinar trazas del plano.

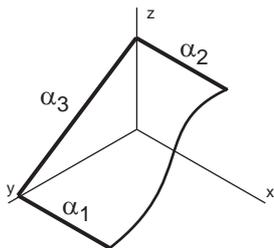


### TIPOS DE PLANOS

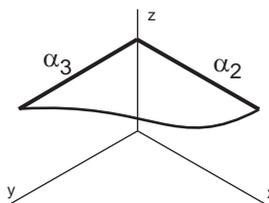
**PLANO perpendicular zox**



**PLANO perpendicular zoy**

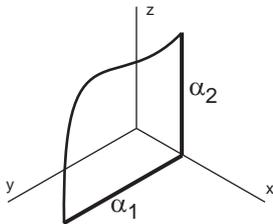


**PLANO paralelo a yox**

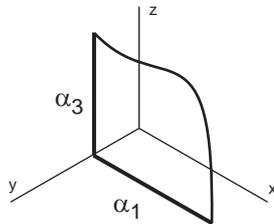


En este pequeño alfabeto hemos omitido los planos que contienen a los ejes de coordenadas.

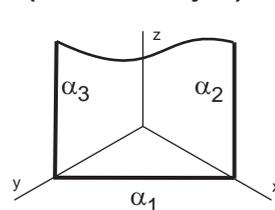
**PLANO paralelo a yoz**



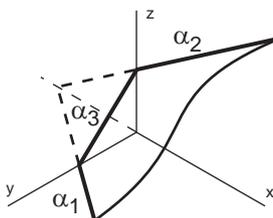
**PLANO paralelo a xoz**



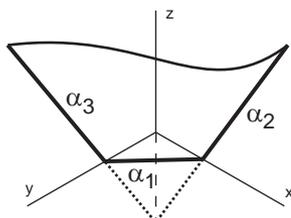
**PROYECTANTE HORIZONTAL (Paralelo al eje z)**



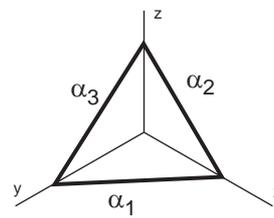
**PLANO Oblicuo 1**



**PLANO Oblicuo 2**



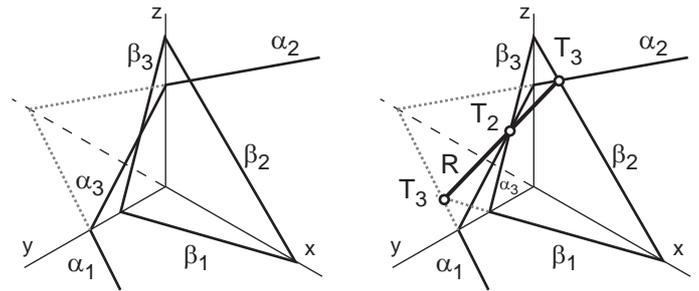
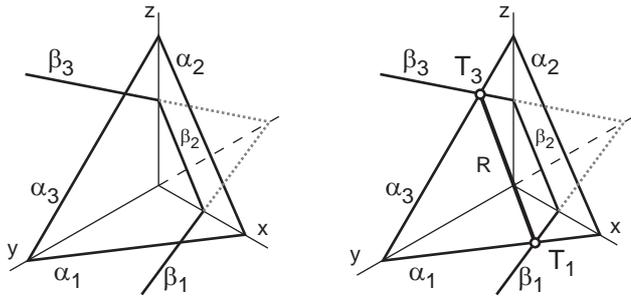
**PLANO Oblicuo 3**



**INTERSECCION PLANO-PLANO:** La intersección de dos planos es una recta perteneciente a ambos planos. Dicha recta tiene sus trazos contenidos en las trazas homónimas de los planos. Por ello, las trazas de la recta intersección están en las intersecciones de las trazas de los planos sobre los mismos planos coordenados.

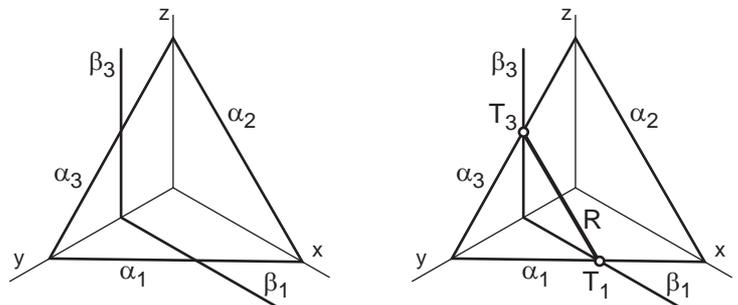
Para hallar las trazas es suficiente con localizar el punto donde se cortan las trazas con el mismo nombre de cada plano y si fuera necesario dibujar las proyecciones de la recta intersección.

Abajo vemos la intersección entre dos planos. Las trazas en zox de ambos planos parecen paralelas por lo que la recta R, intersección de ambos, será aparentemente paralela también a zox y por lo tanto no tendrá traza en dicho plano.



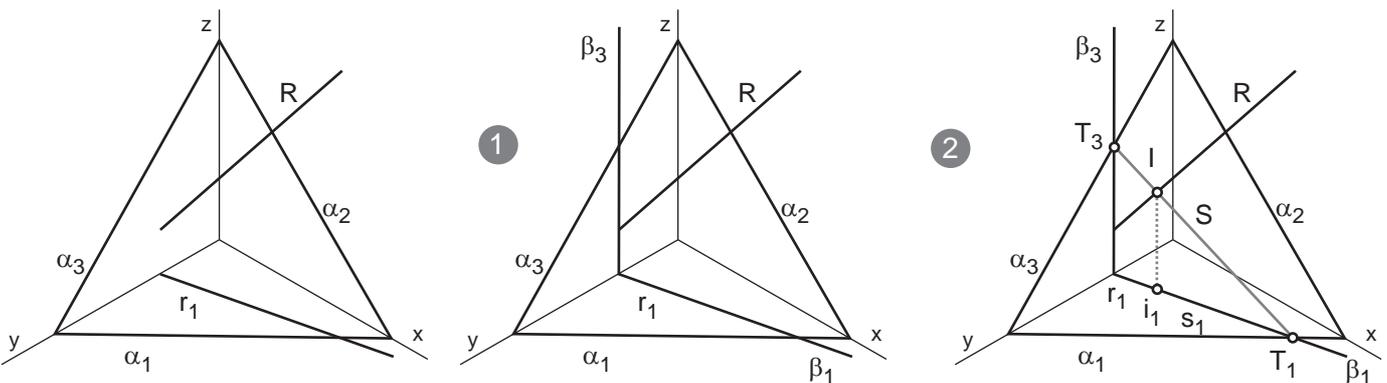
Arriba vemos otra intersección que si que produce una recta con tres trazos T3 y T2 se obtienen directamente sobre las intersecciones visibles de las trazas homónimas. Sin embargo para obtener T3 es necesario prolongar  $\beta_1$ . En algunos casos esta operación será necesaria para obtener la recta intersección.

A la derecha vemos un plano  $\alpha$ , oblicuo con tres trazas, cortado por un plano  $\beta$  paralelo al plano de coordenadas zox. La recta de intersección será obligatoriamente (al estar contenida en  $\beta$ ) paralela a zox y como vemos es también paralela a la traza sobre el plano zox del plano  $\alpha$ .



**INTERSECCION RECTA-PLANO:** La metodología es la misma que en sistema diédrico: Primero contenemos la recta en un plano que corta al dado. Ambos planos determinan una recta intersección. La intersección entre las dos rectas, la dada y la intersección resultante, es el punto de intersección entre la recta y el plano dados.

Es recomendable contener la recta en un plano paralelo a uno de los ejes de coordenadas.



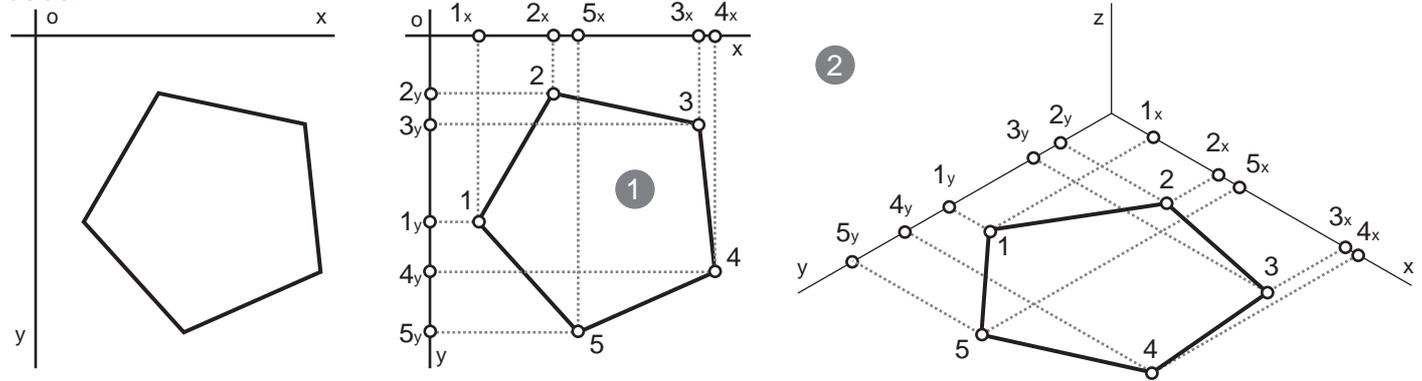
**Nos han dado las trazas de un plano  $\alpha$  oblicuo y dos proyecciones (la proyección directa y la proyección sobre el plano xoy) de la recta R.**

- 1º- Contenedmos la recta R en un plano  $\beta$ , en este caso paralelo al eje z.
- 2º- Hallamos la recta intersección S del plano  $\beta$  con  $\alpha$ . El punto I, de intersección entre R y S, es el punto de intersección de R con  $\alpha$ . Para que el punto quede determinado solo debemos obtener una proyección más del mismo. en este caso es fácil trazar una paralela al eje z hasta cortar a la proyección  $r_1$  para obtener  $i_1$ .

Podemos encontrarnos con la necesidad de representar figuras planas cuyos o contorno lados no están "encajados" en contacto con los planos o ejes de coordenadas ni con el origen de coordenadas. En esta página explicaremos algunos procedimientos y la particularidad de la circunferencia.

### REPRESENTACIÓN DE FIGURAS PLANAS POR COORDENADAS:

Representar un pentágono regular sobre el plano de coordenadas yoz posicionado según la planta dada.



1º- Determinaremos las coordenadas, en terminos de distancias desde el origen, proyectando ortogonalmente sobre los ejes dados en la planta o plano cada vértice del polígono.

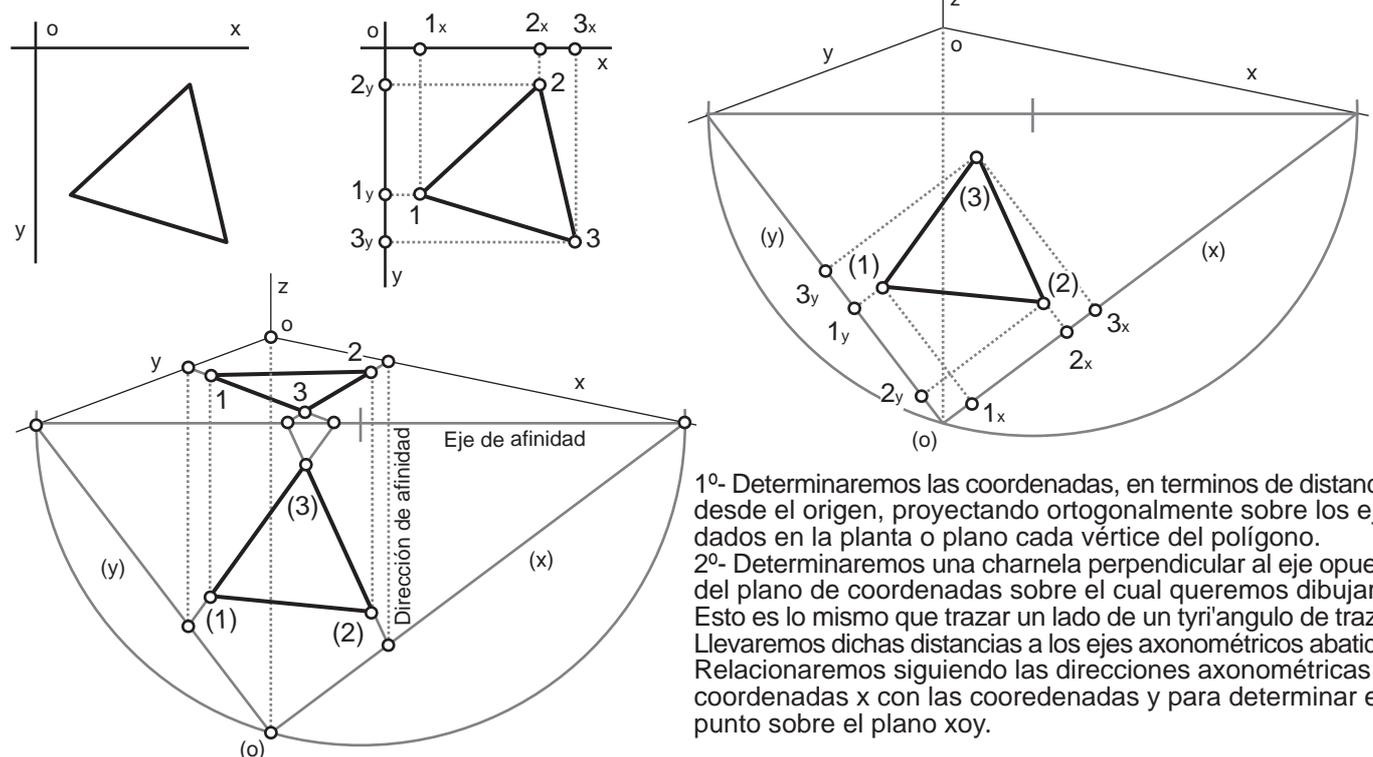
2º- llevaremos dichas distancias a los ejes axonométricos y relacionaremos siguiendo las direcciones axonométricas las coordenadas x con las coordenadas y para determinar el punto sobre el plano xoy.

OJO!: En este ejercicio hemos dibujado el pentágono en una isométrica sin reducción. Podríamos haber aplicado la reducción en función del enunciado. Si nos encontramos ante una dimétrica o una trimétrica es necesario, lo diga el enunciado o no, aplicar las reducciones correspondientes a cada eje.

### REPRESENTACIÓN DE FIGURAS PLANAS POR ABATIMIENTO/AFINIDAD:

Quizás, ante una dimétrica o trimétrica, nos conviene fusionar el método anterior con el concepto de triángulo de trazas y establecer una relación de afinidad entre la figura dada y la figura en perspectiva mediante el abatimiento del plano de coordenadas sobre el cual queremos dibujar el polígono.

Representar un triángulo equilátero sobre el plano de coordenadas yoz posicionado según la planta dada.

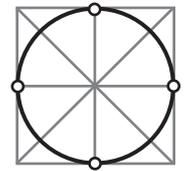


1º- Determinaremos las coordenadas, en terminos de distancias desde el origen, proyectando ortogonalmente sobre los ejes dados en la planta o plano cada vértice del polígono.

2º- Determinaremos una charnela perpendicular al eje opuesto del plano de coordenadas sobre el cual queremos dibujar. Esto es lo mismo que trazar un lado de un triángulo de trazas. Llevaremos dichas distancias a los ejes axonométricos abatidos. Relacionaremos siguiendo las direcciones axonométricas las coordenadas x con las coordenadas y para determinar el punto sobre el plano xoy.

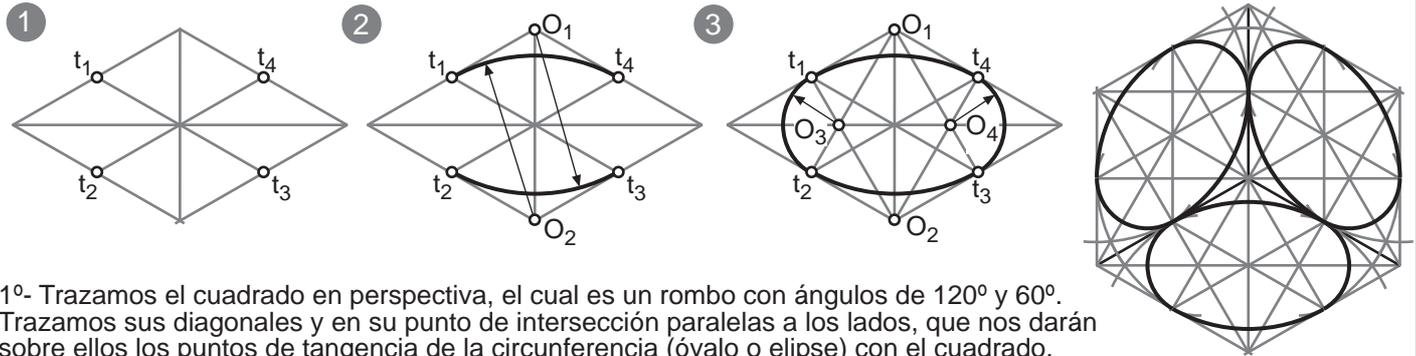
3º- Establecemos una afinidad con el lado perpendicular al eje z como eje de afinidad y con la dirección de afinidad perpendicular a este. De dicha afinidad están dados el par de puntos afines o-(o) y los pares de rectas afines y-(y) y x-(x). Determinamos el triángulo 1-2-3 afín a (1)-(2)-(3). Con este método estamos aplicando los coeficientes de reducción a los ejes que hemos abatido y a la figura afín del resultado.

En perspectiva axonométrica la circunferencia se puede representar bien como una elipse o bien como un óvalo. En cualquier caso para representar una circunferencia vista en perspectiva en un plano no frontal al plano de cuadro deberemos circunscribir un cuadrado a la circunferencia dada. Los puntos medios de los lados del cuadrado son tangentes a la circunferencia y por lo tanto puntos pertenecientes al óvalo o elipse.



### ÓVALO ISOMÉTRICO:

Isométrica es la única axonométrica donde podemos elegir entre el óvalo y la elipse. El óvalo tiene como ventaja que se puede trazar con compás por lo que el resultado es más limpio y rápido.



1º- Trazamos el cuadrado en perspectiva, el cual es un rombo con ángulos de  $120^\circ$  y  $60^\circ$ . Trazamos sus diagonales y en su punto de intersección paralelas a los lados, que nos darán sobre ellos los puntos de tangencia de la circunferencia (óvalo o elipse) con el cuadrado.

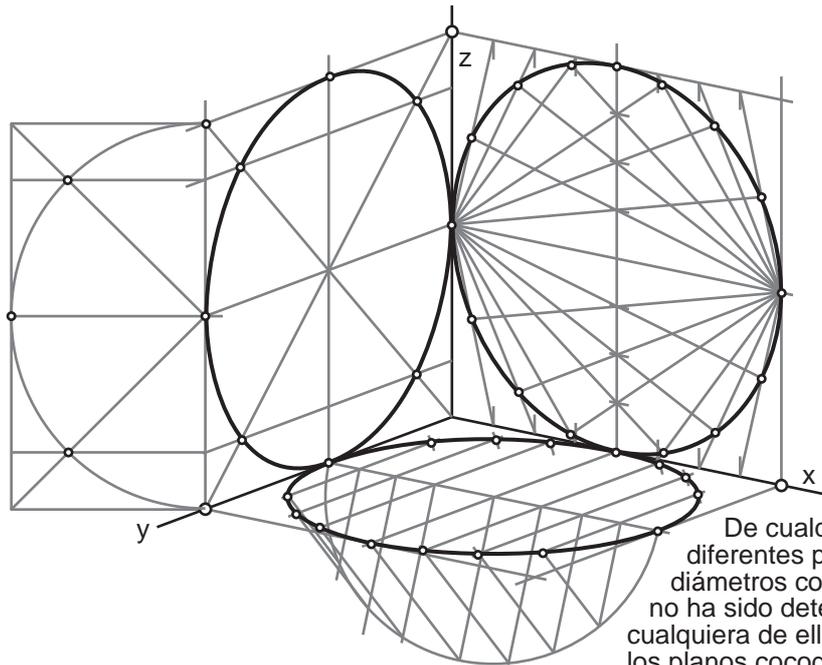
2º- Sobre los vértices de  $120^\circ$  y con radio hasta los puntos de tangencia podemos trazar dos de los arcos.

3º- Uniendo los pts. de tangencia con dichos centros encontramos sobre la diagonal mayor los otros dos centros.

A la izquierda podemos ver las distintas orientaciones de este óvalo respecto a los planos de coordenadas.

### CIRCUNFERENCIA EN DIMÉTRICA Y TRIMÉTRICA:

En trimétrica el cuadrado circunscrito nunca se verá como tal ni como un rombo cuando se encuentre en un plano paralelo a los de coordenadas (lo cual es lo más común). En dimétrica dicho cuadrado se verá como un rombo si se encuentra en el plano de coordenadas determinado por el ángulo desigual entre ejes. Así que en los casos en que el cuadrado circunscrito no se vea representado como un rombo deberemos recurrir a la ELIPSE para representar la circunferencia.



A la izquierda vemos los ejes de una perspectiva trimétrica. Sobre cada plano de coordenadas se ha representado, respetando los coeficientes de reducción previamente obtenidos con un triángulo de trazas, un cuadrado circunscrito a la circunferencia.

En este caso, en ninguno de los planos de coordenadas obtendremos un rombo que nos permita resolver la circunferencia con un óvalo.

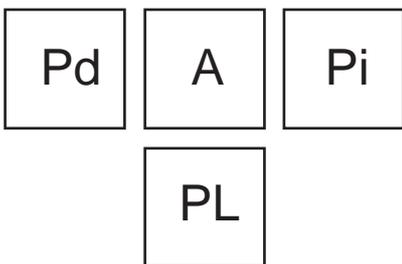
Tampoco obtendremos los ejes de la elipse. Lo cual condicionará los métodos por los que podremos obtener el trazado de la elipse.

Aunque existe el método de Ritz, capaz de determinar los ejes de la elipse dados dos diámetros conjugados.

De cualquier modo se han empleado tres métodos diferentes para la obtención de una elipse a partir de dos diámetros conjugados. Aunque su disposición sobre el triedro no ha sido determinante para elegir un método u otro, pues cualquiera de ellos podría haber sido aplicado en cualquiera de los planos coordenados.

Tanto sobre el plano de coordenadas  $zoy$  como sobre el  $yoz$  la elipse ha sido resuelta por métodos derivados de la afinidad. El método sobre  $yoz$  es más limpio y rápido ofrece menos puntos (pudiendo a partir de este mismo método conseguir más puntos si conocemos las leyes de la afinidad). El método, también por afinidad, sobre el plano  $yox$  tiene el inconveniente de necesitar demasiados trazados auxiliares y además superponerse con el dibujo en perspectiva. Sobre el plano  $zox$  vemos el método llamado de "hazes proyectivos" el cual también contiene demasiados trazados auxiliares, pudiendo ser ligeramente reducidos si dividimos los cuadrantes en tres partes en lugar de cuatro como hemos hecho. No obstante conviene dar un repaso a las posibilidades del trazado de la elipse para estar preparados y contar con mayor número de opciones.

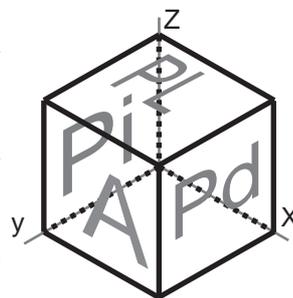
Para representar una pieza o sólido en sistema axonométrico se parte de las vistas diédricas del objeto. El primer aspecto que debemos tener claro es como vamos a orientar las caras de la pieza respecto a los planos coordenados en el sistema axonométrico.



Es frecuente que nos den las vistas sin ninguna referencia para poder orientar la pieza respecto a los ejes o planos axonométricos.

En estos casos el primer criterio a tener en cuenta será la orientación que mayor claridad y mejor represente la pieza.

Si teniendo en cuenta este criterio aun no vemos una posición clara optaremos por la disposición que se muestra a izquierda y derecha de estas líneas.

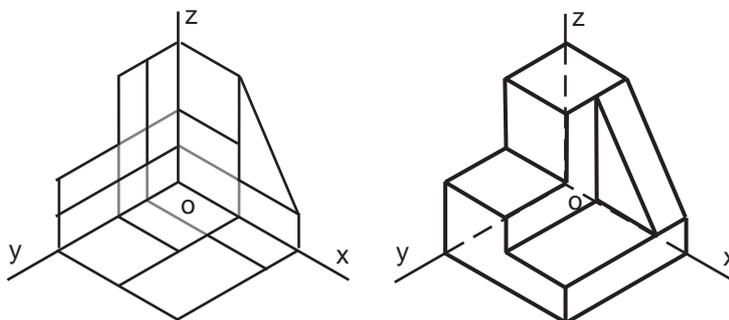
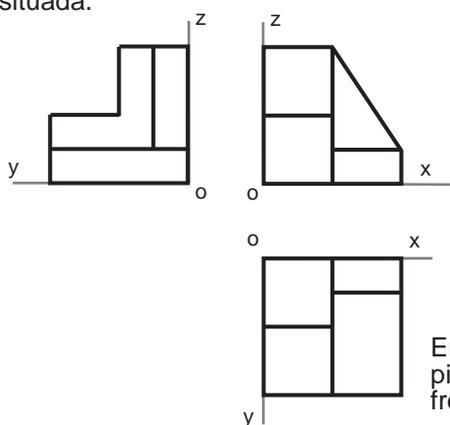


Es muy poco frecuente que para una representación axonométrica nos den cuatro vistas como se muestra arriba. Las cuatro vistas han sido esquematizadas con la intención de clarificar la disposición que se suele dar con mayor frecuencia a las piezas.

Es más común contar con tres o con dos vistas de las piezas. Muchas veces una tercera vista (perfil o planta) puede ser omitida

En ocasiones nos presentan las vistas diédricas con los ejes nombrados de modo que ya no queda a nuestro criterio de claridad la disposición de la pieza.

Otras veces nos dan un punto en un vértice de la pieza y nos piden que lo hagamos coincidir con el origen de coordenadas en el sistema axonométrico. De modo que la pieza al contar con planos que forman 90° entre sí queda situada.



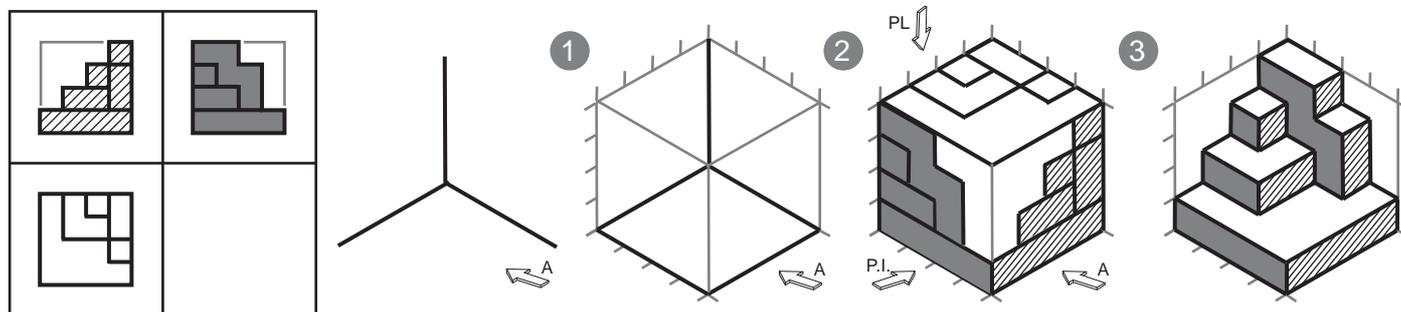
En cualquier caso, ante cualquier duda o enunciado difuso, la orientación de las piezas en esta página ha sido determinada de la manera estandar que con más frecuencia aparece en los problemas y sus soluciones.

## DIBUJO ISOMÉTRICO A PARTIR DE LAS VISTAS DIÉDRICAS

Existen Dos formás básicas para dibujar una pieza a partir de las vistas diédricas. Un método consiste en dibujar primero la planta sobre el plano XOY y a partir de esta ir levantando las alturas como queda indicado en el alzado y en el perfil. También se puede dibujar cada una de las vistas en el plano coordenado correspondiente, como en la ilustración anterior, para posteriormente relacionar los elementos de las distintas vistas y así obtener las proyecciones directas

Otro procedimiento consiste en construir una "caja transparente" con seis caras que contiene de forma ajustada a la pieza. Esta "caja tiene exactamente la altura, anchura y profundidad totales que las vistas muestran.

Una vez dibujada esta caja dibujaremos en cada una de sus caras la vista correspondiente para luego asociar los elementos de una vista y otra y representarlos en la tridimensionalidad de la "caja".



Este segundo método es quizás más práctico si la pieza es compleja. En este método la planta la situamos en la base superior de la "caja ajustada" que hemos dibujado.

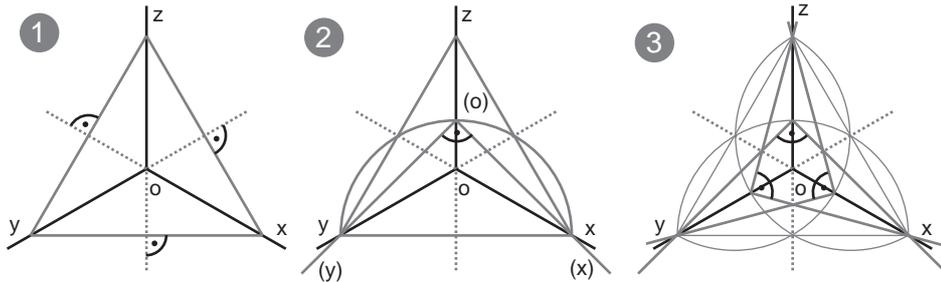
Una ventaja es que las zonas de las vistas que no tienen pieza representada nos ayudan a "eliminar mentalmente" partes de la caja donde, a partir de ahí, sabemos que no habrá que dibujar ningún elemento de la pieza. Es lo que se llama "extruir" en el software de modelado 3d, pero en este caso manualmente.

## MÉTODO DEL ABATIMIENTO SOBRE EL TRIÁNGULO DE TRAZAS- AFINIDAD:

Si abatimos, haciendo uso del triángulo de trazas, los planos de coordenadas, manteniendo la orientación de sus vértices, podremos situar las vistas diédricas sobre dichos abatimientos, de modo que posteriormente llevaremos las medidas, directamente desde los ejes abatidos a los ejes en proyección, siguiendo las direcciones de afinidad.

Para conseguir esto aplicamos un procedimiento muy similar al del triángulo de trazas. Pero en este caso el abatimiento de los planos de coordenadas se efectúa hacia adentro, situando el arco capaz de  $90^\circ$  en la parte interior de los lados del triángulo.

Veamos la fase inicial del método con detalle sobre una perspectiva isométrica:



1º- Trazamos el triángulo de trazas.

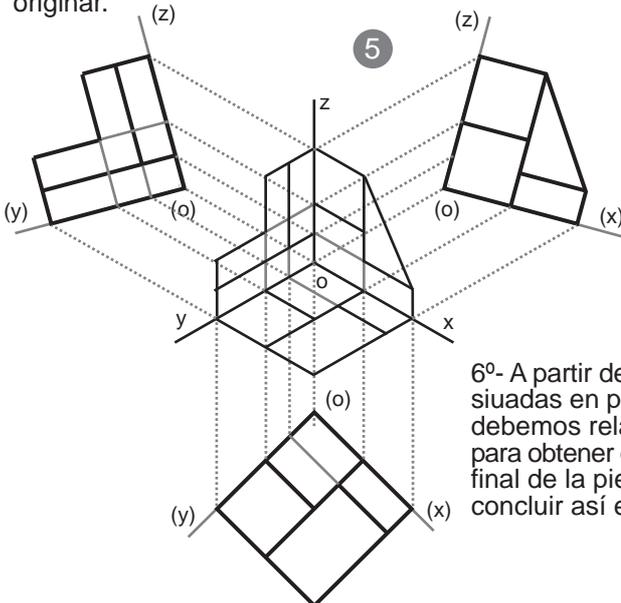
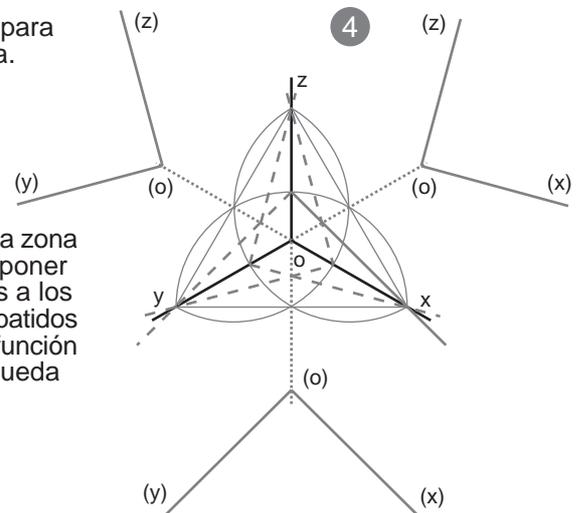
2º. Abatimos (hacia adentro) el plano de coordenadas yox, trazando el arco capaz de  $90^\circ$  por la parte interior del triángulo.

3º- Hacemos lo mismo con el plano zoy y con el plano zox.

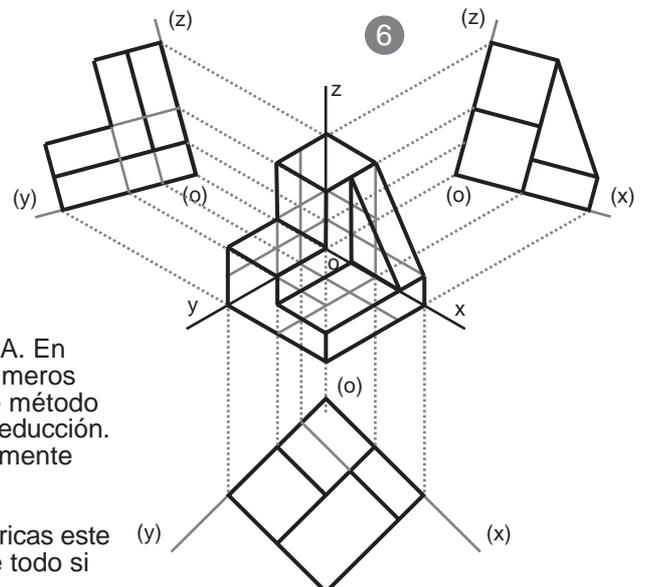
4º- El siguiente paso será desplazar los ejes (x), (y), (z) del origen para dejar espacio para representar las caras de la pieza en perspectiva.

Para ello prolongamos los ejes y a una distancia determinada situamos tres veces (o) a partir de los cuales trazamos paralelas a los ejes abatidos.

Al menos cabría desplazar los (o) hasta el origen en proyección directa axonométrica, para que cada vista quedara representada en la zona correspondiente a cada plano de coordenadas. pero eso podría suponer que se nos superpongan las vistas diédricas con las vistas llevadas a los planos coordenados en perspectiva. Desplazar hacia fuera los ejes abatidos o dejarlos a partir del origen de coordenadas es nuestra decisión en función de la complejidad de la pieza y la posible confusión que esto nos pueda originar.



5º- Una vez abatidos y desplazados los ejes podemos sobre ellos copiar las vistas diédricas. Posteriormente por afinidad (siguiendo las direcciones de afinidad (a cada plano coordenado le corresponde la dirección de afinidad igual al eje opuesto), dibujaremos las vistas en perspectiva sobre los planos de coordenadas.



6º- A partir de las vistas situadas en perspectiva debemos relacionarlas para obtener el volumen final de la pieza y concluir así el dibujo.

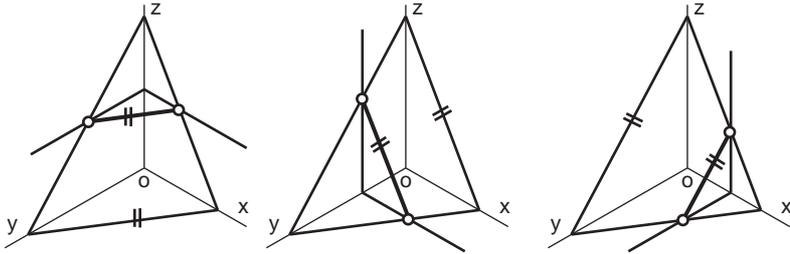
Este procedimiento lo hemos aplicado sobre una ISOMÉTRICA. En realidad sobre una isométrica podemos ahorrarnos los tres primeros pasos y pasar directamente al 4º. Pondremos en práctica este método en isométrica si nos piden que apliquemos los coeficientes de reducción. En caso contrario es más conveniente y sencillo medir directamente sobre los ejes.

De cualquier modo no hay duda de que para dimétricas y trimétricas este es un método práctico y sencillo (más de lo que parece) sobre todo si se trata de piezas con multitud de medidas diferentes entre sí.

## INTERSECCIONES DE PLANOS CON SÓLIDOS, SECCIONES PLANAS:

Cuando un plano secciona a un sólido se produce una sección la cual es el resultado de la intersección del plano con cada una de las caras del sólido. Esto nos puede hacer pensar que necesitamos contener en planos cada una de las caras de un sólido pero esto no es estrictamente necesario, puesto que en ocasiones la recta de intersección de un plano con una cara nos ofrece sobre una arista un punto perteneciente a la intersección del mismo plano con la cara adyacente.

Observemos las intersecciones producidas entre un plano cualquiera y tres planos paralelos a los planos de coordenadas (lo cual es lo más frecuente para las caras de los sólidos representados en axonómicas:

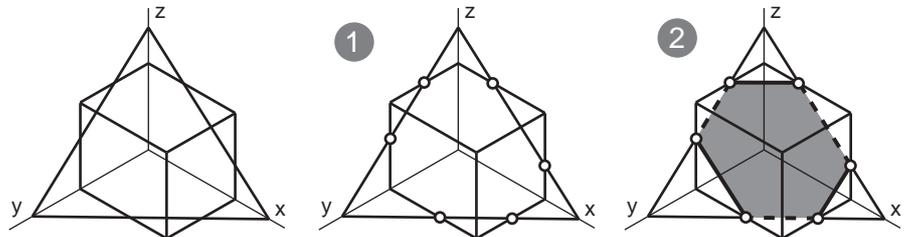


En estos todos estos casos observamos la intersección entre las trazas homónimas de los planos que determinan la recta intersección entre ambos. Pero esto no sucederá a menudo cuando resolvamos ejercicios de intersecciones de planos con sólidos. Por ello es importante tener presente el paralelismo existente entre las rectas de intersección y las trazas del plano que no ofrecen intersecciones entre trazas.

### Observemos ahora la intersección entre un plano oblicuo y un sólido sencillo:

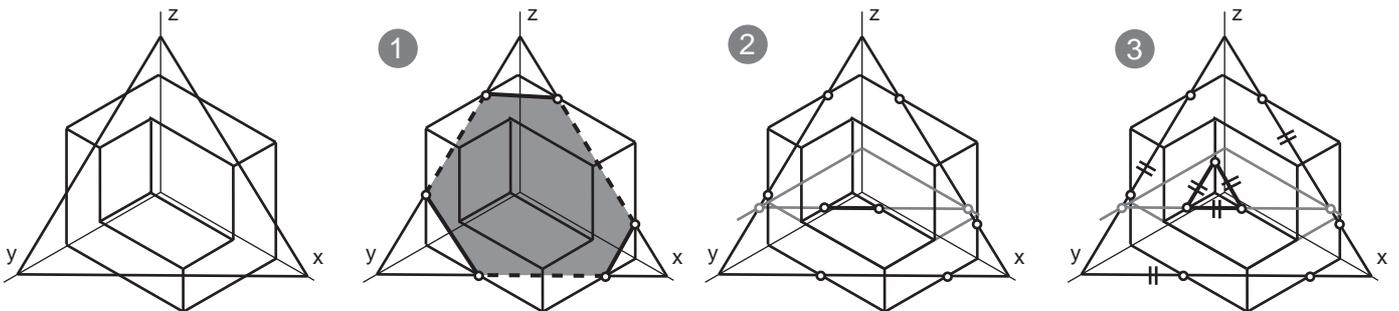
1º- Determinaremos todas las intersecciones entre trazas homónimas.

En este caso las aristas del poliedro en las cuales tenemos interés están en contacto con los planos de coordenadas por lo que son también trazas de los planos que las contienen.



2º- En este caso solo debemos unir convenientemente las intersecciones entre trazas homónimas, RESPETANDO LA VISIBILIDAD a la hora de representar cada uno de los lados de la sección.

### Observemos la intersección entre un plano oblicuo y un sólido algo más complejo:



1º- Podemos determinar una intersección entre trazas homónimas en varias aristas lo cual determinaría una sección plana similar a la de la pieza anterior. Pero en esta ocasión la pieza tiene una "mordedura" que nos hace dudar.

2º- Contendremos en un plano la cara horizontal de la mordedura y hallamos la intersección entre ambos planos. La recta de intersección se superpone en un segmento sobre la cara horizontal de la mordedura, Por ello ese pequeño segmento también forma parte de la sección plana.

3º- Fijándonos observamos que la última recta intersección es paralela a la traza horizontal del plano que secciona. esta produce dos intersecciones en dos aristas pertenecientes a la "mordedura" de la pieza". A partir de dichas intersecciones trazaremos segmentos paralelos a las trazas del plano producidas por los planos de coordenadas paralelos a las caras.

4º- De esta forma obtenemos un triángulo que interrumpe la sección determinada en el primer paso.