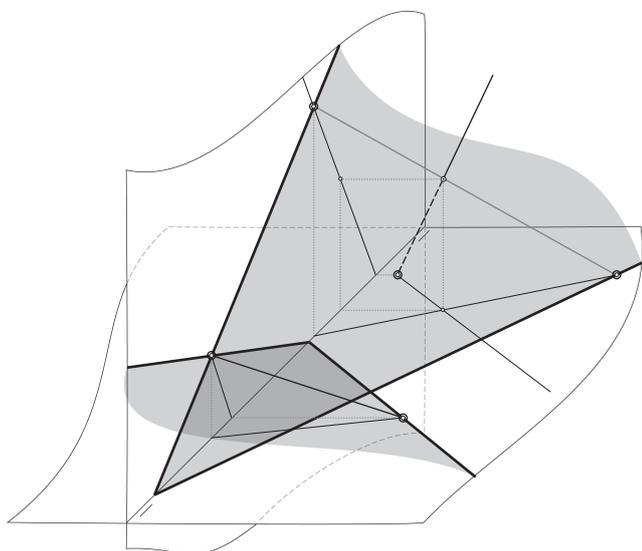


# APUNTES

## SISTEMA DIÉDRICO ORTOGONAL: INTERSECCIONES



	TÍTULO DE PÁGINA	CÓDIGO	TIPO DE LICENCIA
APUNTES	RECTAS QUE SE CORTAN Y QUE SE CRUZAN	SDO_INT1d13	CC
	INTERSECCIÓN PLANO-PLANO	SDO_INT2d13	CC
	INTERSECCIÓN PLANO-PLANO (CASOS PARTICULARES)	SDO_INT3d13	CC
	ALFABETO INTERSECCIONES PLANO-PLANO	SDO_INT4d15	CC BY
	INTERSECCIÓN RECTA-PLANO	SDO_INT5d13	CC
	INTERSECCIÓN RECTA-PLANO (CASOS PARTICULARES)	SDO_INT6d13	CC
	INTERSECCIÓN RECTA DE PERFIL-PLANO OBLÍCUO INTERSECCIÓN DE 3 PLANOS	SDO_INT7d13	CC
	ALFABETO INTERSECCIONES RECTA-PLANO	SDO_INT8d13	CC BY
	INTERSECCIONES DE POLÍGONOS	SDO_INT9d13	CC BY
	SECCIÓN PLANA INTRODUCCIÓN	SDO_INT10d13	CC
	SECCIÓN PLANA PARTICULARIDADES	SDO_INT11d13	CC
	SECCIÓN PLANA PLANOS PARALELOS A LT	SDO_INT12d13	CC
	INTERSECCIÓN RECTA POLIEDRO	SDO_INT13d13 SDO_PIR	CC



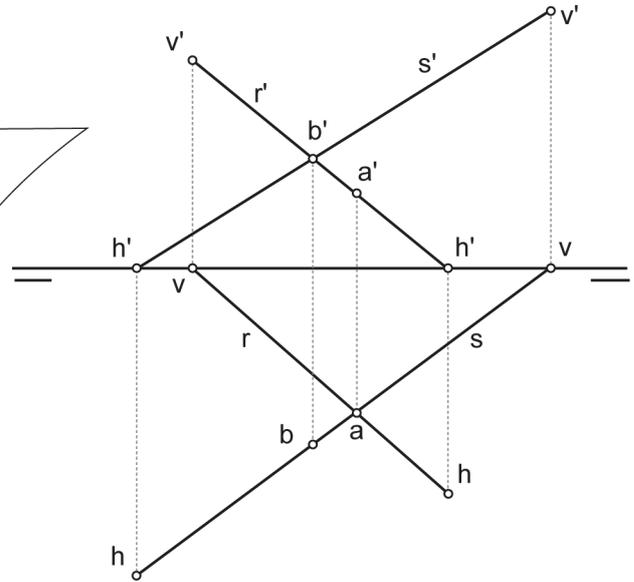
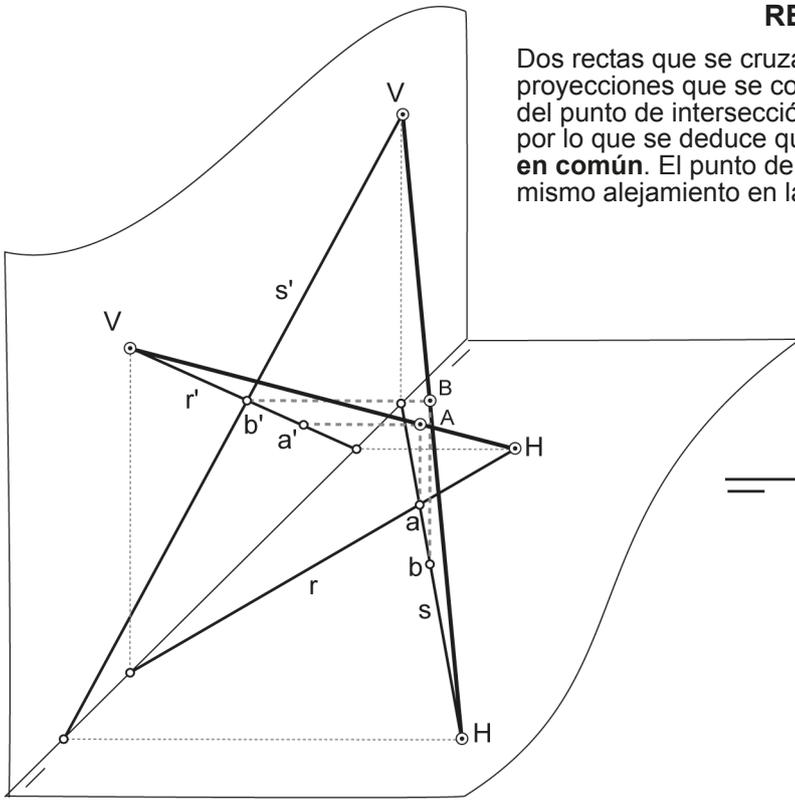
El presente documento es un fragmento, consistente en páginas bajo licencia de creative commons, de la obra **SISTEMA DIÉDRICO ORTOGONAL. FUNDAMENTOS Y PROCEDIMIENTOS**

FORMATO DIGITAL Primera edición, diciembre de 2019. ISBN: 978-84-09-17555-0

Texto, imágenes, maquetación y edición: Joaquim García | [www.laslaminas.es](http://www.laslaminas.es) | [ximo@laslaminas.es](mailto:ximo@laslaminas.es)

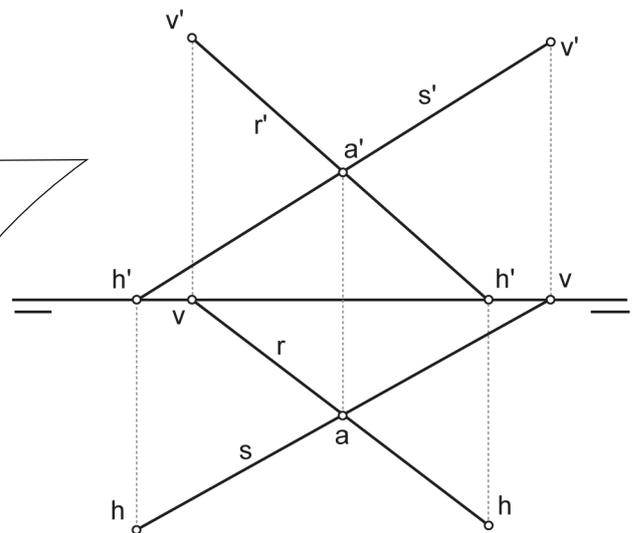
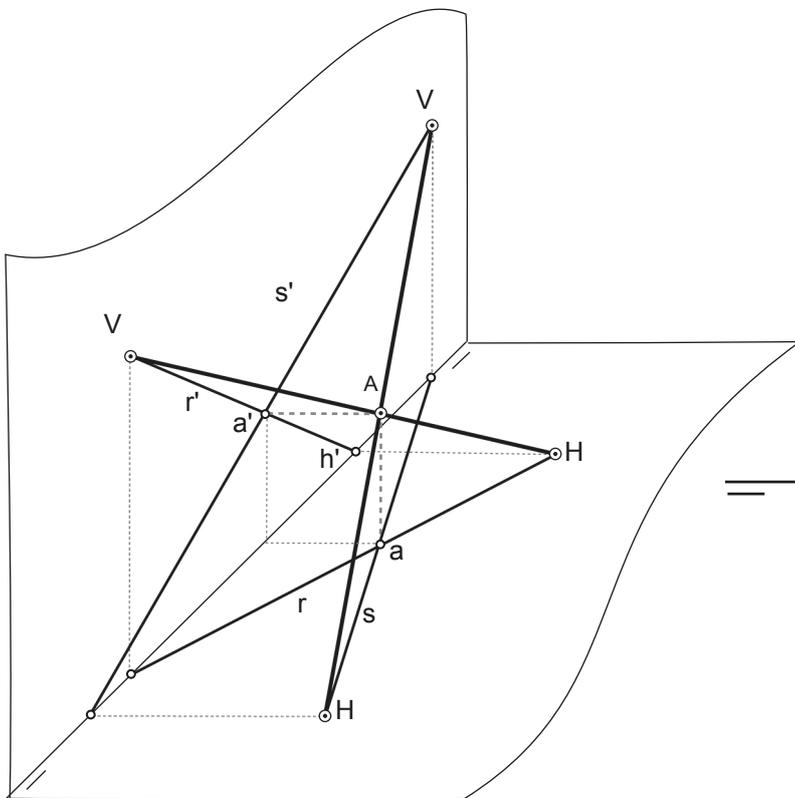
## RECTAS QUE SE CRUZAN

Dos rectas que se cruzan, en sistema diédrico, generalmente producen proyecciones que se cortan. Pero podemos observar que la lateralidad del punto de intersección de una proyección y la otra no es la misma, por lo que se deduce que **ambas rectas no comparten ningún punto en común**. El punto de intersección en la proyección vertical no tiene el mismo alejamiento en la proyección horizontal de las rectas y viceversa.



## RECTAS QUE SE CORTAN

Dos rectas que se cortan en sistema diédrico, sin embargo, **comparten el punto de intersección, en el espacio y por supuesto en ambas proyecciones**.



## INTERSECCIÓN ENTRE DOS PLANOS

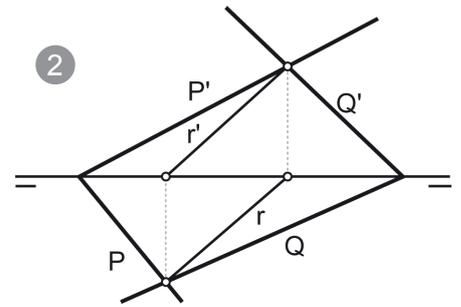
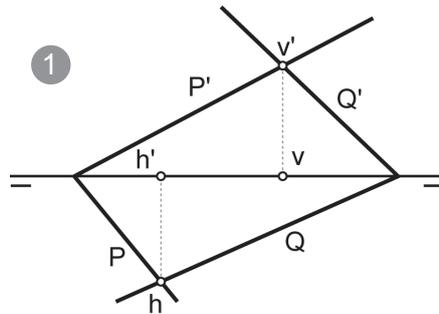
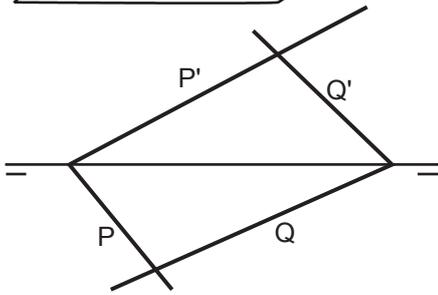
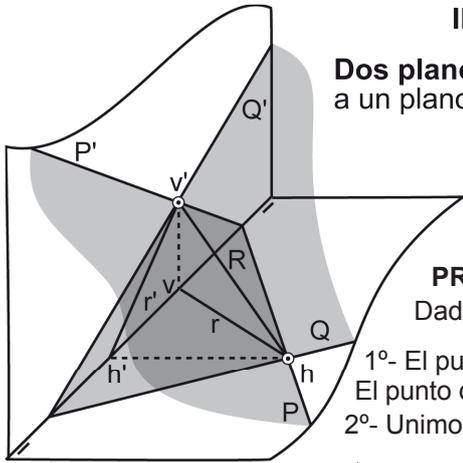
**Dos planos al intersectar producen una recta.** Y como toda recta perteneciente a un plano, sus trazas están sobre las trazas del plano al cual pertenece.

Por tanto la intersección de las trazas verticales de los dos planos se corresponde con la traza vertical de la recta y la intersección de de las dos trazas horizontales con su homónima de la recta, ambas trazas definen la recta intersección.

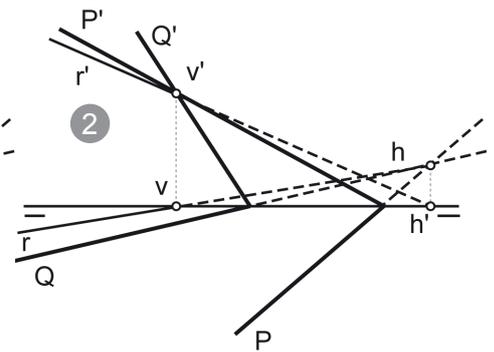
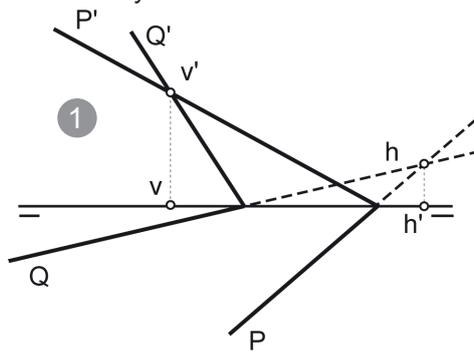
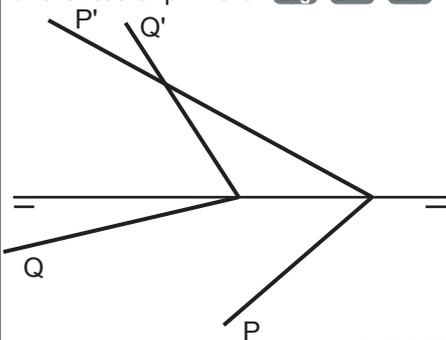
### PROCEDIMIENTO:

Dados dos planos oblicuos, hallar la recta intersección que producen: **L1a L6a**

- 1º- El punto de intersección de ambas trazas verticales es la traza vertical de la recta  $vv'$ . El punto de intersección de las trazas horizontales es la traza horizontal de la recta,  $hh'$ .
- 2º- Unimos  $v'$  con  $h'$  y  $v$  con  $h$  para determinar  $r$  y  $r'$ .



Este mecanismo es siempre el mismo, aunque en algunos casos puede parecer complicado. En ocasiones podríamos necesitar prolongar las trazas para que se corten y encontrar las trazas de la recta intersección en otros cuadrantes diferentes al primero. **L1g L5e L2c**



## INTERSECCIÓN ENTRE DOS PLANOS PARALELOS A LT **L2a L2b L6b**

**Cuando ambos planos son paralelos a la LT debemos hallar la tercera proyección de ambos.** De perfil es sencillo determinar la recta intersección que se verá como un punto (en la intersección de ambas terceras proyecciones).

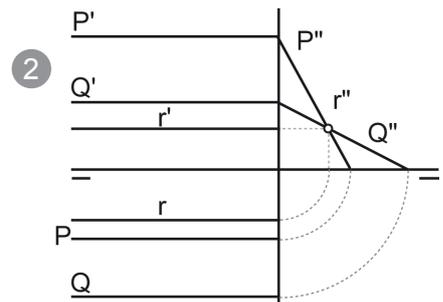
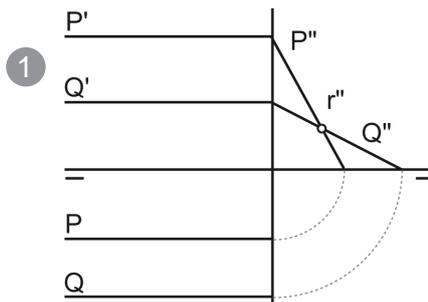
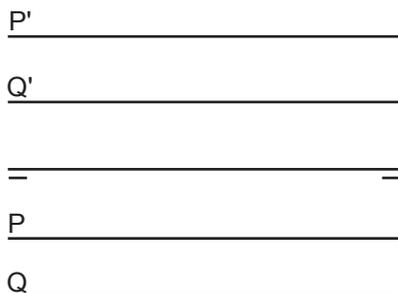
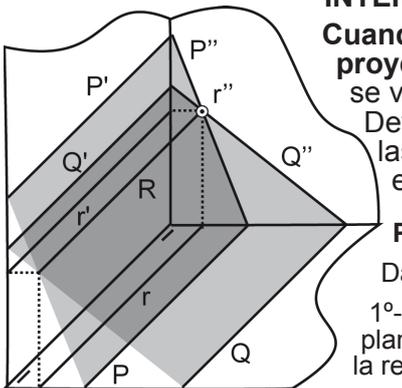
Devolviendo este punto a sus proyecciones vertical y horizontal determinamos las proyecciones de la recta, que también será paralela a la LT y debido a ello no tiene trazas.

### PROCEDIMIENTO:

Dados dos planos paralelos a LT hallar la recta intersección que producen:

- 1º- Trazamos un plano perfil auxiliar para visualizar la tercera proyección de los planos dados. En la intersección de ambos planos en tercera proyección obtenemos la recta solución vista de perfil como un punto.

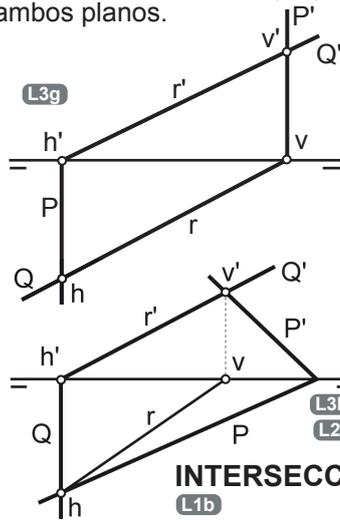
- 2º- Llevamos la tercera proyección de la recta a las proyecciones horizontal y vertical.



ABAJO:

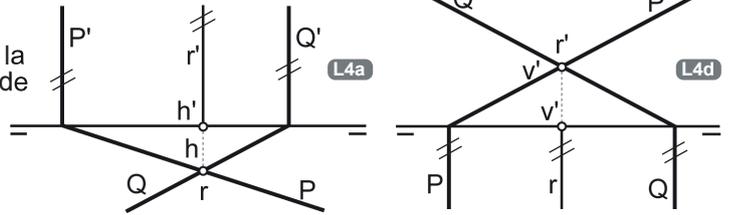
## INTERSECCION DE DOS PLANOS PROYECTANTES

Cuando la intersección se produce entre un plano proyectante vertical y otro horizontal las proyecciones de la recta intersección se superpondrán a las trazas oblicuas de ambos planos.



ARRIBA:

Cuando ambos planos son del mismo tipo (proyectantes horizontales o verticales) un par de trazas son paralelas y la proyección de la recta intersección es paralela a ambas trazas de los planos. Por ello, se procede determinando la traza de la recta que coincidirá además con la otra proyección, esta determina la posición (lateralidad) de la otra proyección de la recta intersección. **La intersección entre estos tipos de planos produce rectas de punta o rectas verticales (perpendiculares a los planos de proyección).**

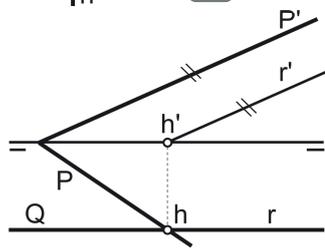


IZQUIERDA:

Cuando la intersección se produce entre un plano proyectante y otro oblicuo la recta intersección se proyectará sobre la traza oblicua del plano proyectante (en este caso la vertical).



## INTERSECCIONES CON PLANOS FRONTALES U HORIZONTALES

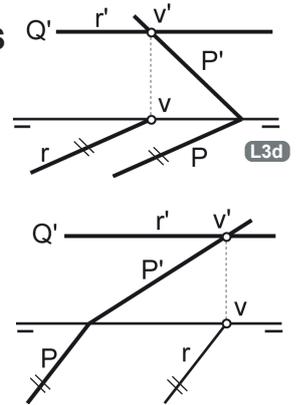


DERECHA (plano oblicuo con plano horizontal):

La intersección tiene su proyección vertical sobre la traza vertical del plano horizontal y su proyección horizontal paralela a la traza horizontal del plano oblicuo. Es una recta horizontal.

IZQUIERDA (plano oblicuo con plano frontal):

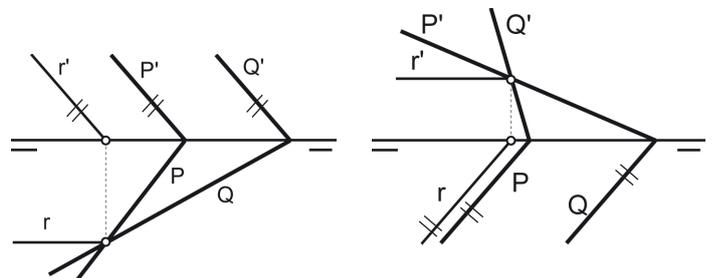
Exactamente al contrario que el caso anterior, en esta ocasión la recta intersección es una recta frontal.



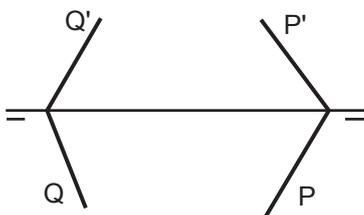
## INTERSECCIONES: PLANOS OBLICUOS CON UNA TRAZA PARALELA L1c

Cuando dos planos oblicuos tienen una de sus trazas paralelas es fácil encontrar una de las trazas. En estos casos las proyecciones de la recta intersección serán paralelas a las trazas del plano y a LT pasando por la traza señalada.

Cuando los planos tienen las trazas horizontales paralelas la recta intersección será horizontal (derecha) y cuando las trazas paralelas son las verticales la recta intersección será frontal (izquierda)



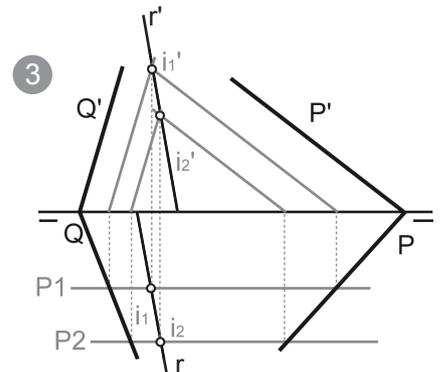
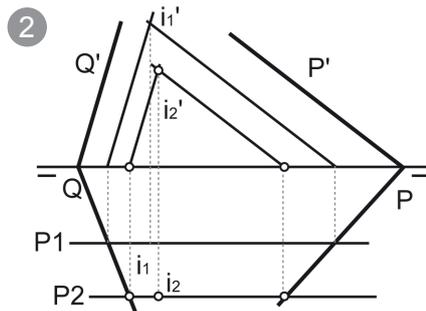
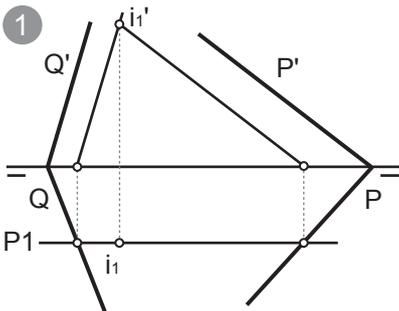
## INTERSECCIONES: LAS TRAZAS DE LOS PLANOS NO SE CORTAN DENTRO DE LOS LÍMITES DEL PAPEL L1d



1º- Cortamos los dos planos con un plano frontal (P1, con traza horizontal paralela a LT), produciendo dos rectas intersección (frontales) que se cortan en el punto  $i_1$ .

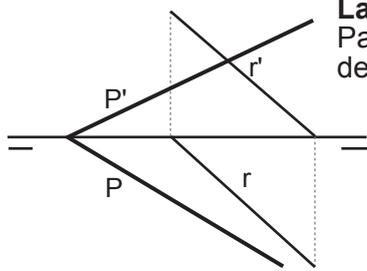
2º- Cortamos de nuevo los dos planos por otro plano frontal, P2, produciendo otras dos rectas frontales que se cortan en  $i_2$ .

3º- Uniendo las proyecciones de los puntos  $i_1$  e  $i_2$  obtendremos las proyecciones de la recta intersección entre los planos dados.



## INTERSECCIÓN ENTRE UNA RECTA Y UN PLANO L7a L10a L13

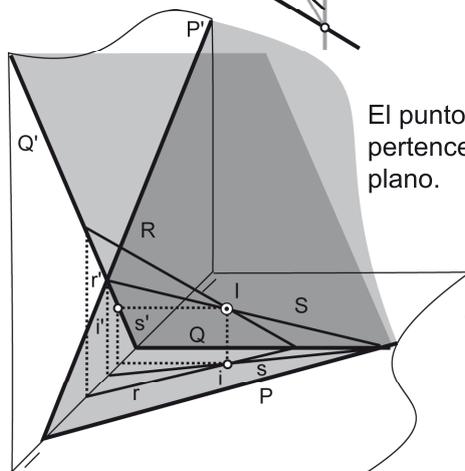
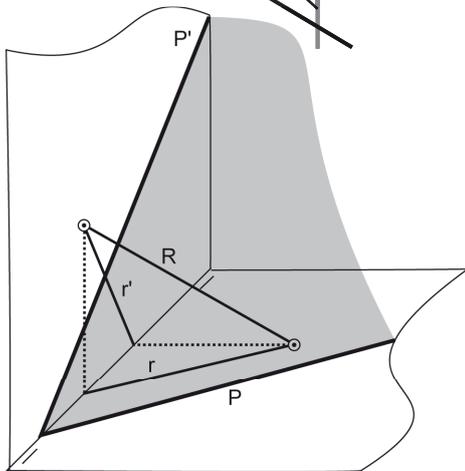
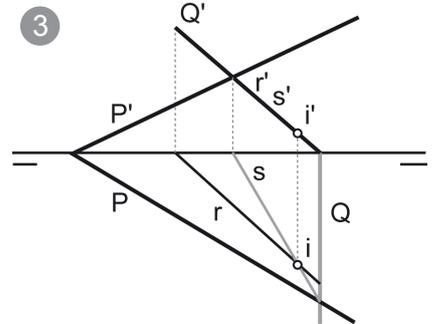
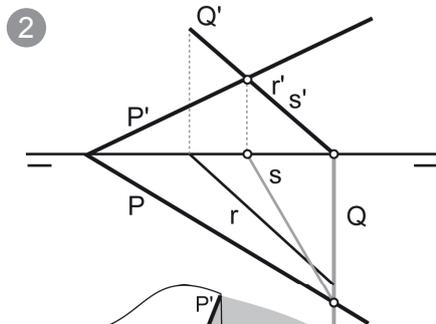
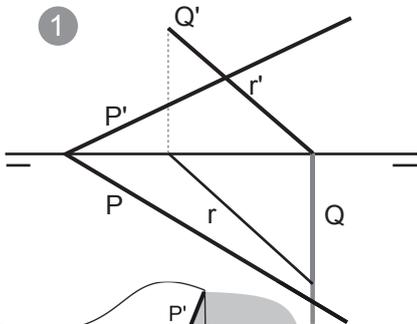
La intersección entre una recta y un plano da como resultado un punto. Para obtener el punto intersección necesitamos realizar una operación no demasiado compleja.



1º- Contenemos la recta en un plano proyectante (puede ser vertical u horizontal, en este caso la hemos contenido en un plano proyectante vertical, Q).

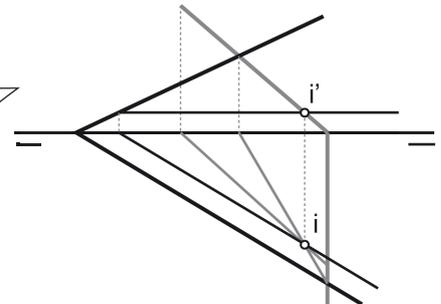
2º- Ambos planos, P y Q, determinan una recta intersección S(s,s').

3º- El punto de intersección I(i,i') de la recta S con R es el punto de intersección de la recta R con el plano dado P.

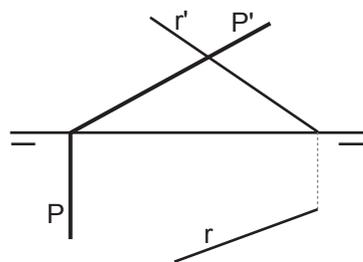


### COMPROBACIÓN

El punto resultante pertenece al plano porque pertenece a una recta horizontal contenida en el plano.

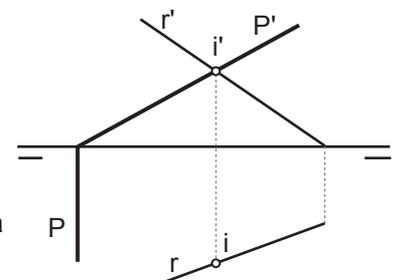


## INTERSECCIÓN ENTRE UNA RECTA Y UN PLANO PROYECTANTE L7b



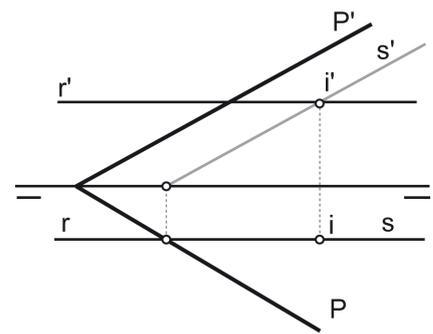
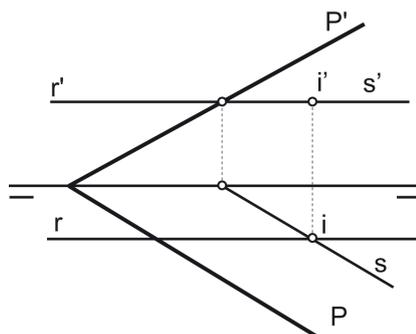
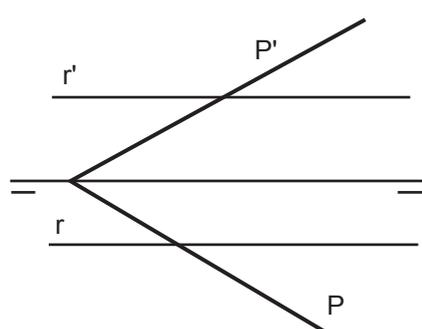
En el caso de que el plano que corta la recta sea proyectante la solución es directa en la traza oblicua a LT del plano proyectante.

No queda más que buscar la otra proyección del punto sobre la otra proyección de la recta. Esto se hace trazando la perpendicular a la LT hasta cortar la proyección contraria.

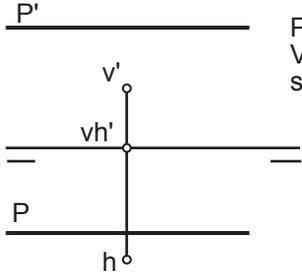


## INTERSECCIÓN ENTRE UNA RECTA PARALELA A LT Y UN PLANO OBLICUO

Este caso tampoco trae mayor dificultad. Debemos contener en el plano una recta horizontal con la misma cota que la recta (S) paralela a LT. La proyección vertical de esta recta S corta a la paralela a la LT dada en el punto intersección. También se puede resolver del mismo modo conteniendo en el plano una recta frontal con el mismo alejamiento que la dada, paralela a la LT, de ese modo el punto de intersección lo localizaremos en la intersección de las proyecciones verticales de ambas rectas.

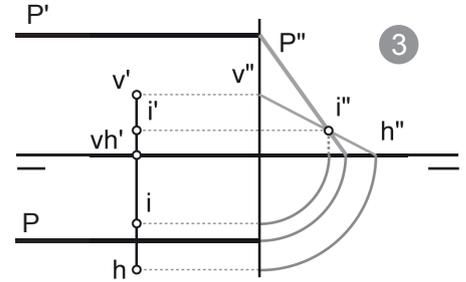
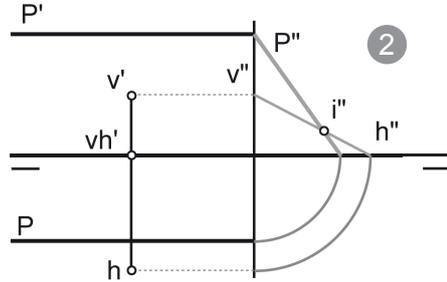
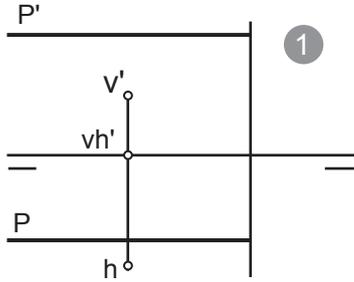


## INTERSECCIÓN ENTRE UN PLANO PARALELO A LT Y UNA RECTA DE PERFIL L7c



Para resolver este problema necesitaremos pasar a tercera proyección la recta y el plano. Vistos de perfil la intersección es obvia. Una vez determinada debemos llevar la solución sobre la recta a las proyecciones horizontal y vertical.

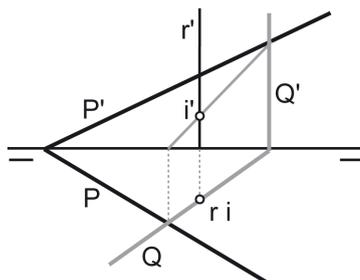
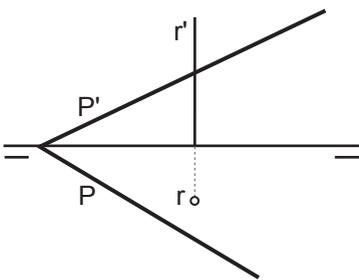
- 1º- Trazamos un plano de perfil el sobre el cual proyectaremos la recta y el plano.
- 2º- Determinamos la tercera proyección de la recta y el plano y señalamos la intersección de ambos en tercera proyección.
- 3º- Llevamos el punto intersección a las proyecciones horizontal y vertical de la recta.



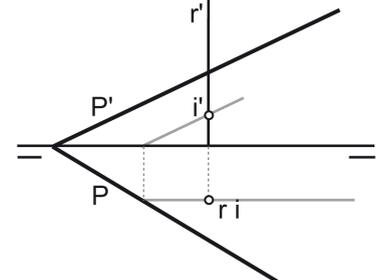
El procedimiento es el mismo cuando las rectas a intersecar son perpendiculares a los planos de proyección (rectas verticales o de punta).

## PLANOS OBLICUOS Y RECTAS DE PUNTA Y VERTICALES L7e

En este caso, muy frecuente, la proyección horizontal del punto intersección estará siempre sobre la proyección horizontal de la recta R, r. Podemos resolver este problema por el método general: conteniendo R en un plano proyectante, hallando la recta intersección entre ambos planos y determinando el punto de intersección de ambas proyecciones de la recta.



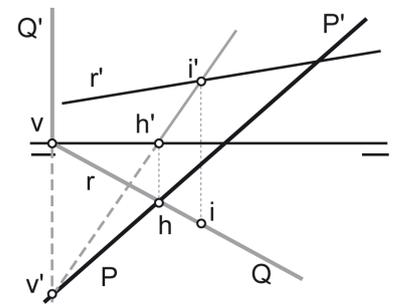
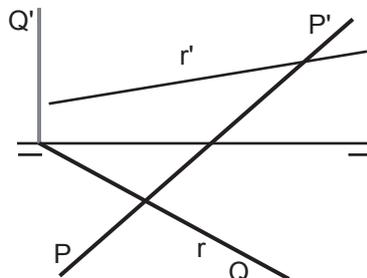
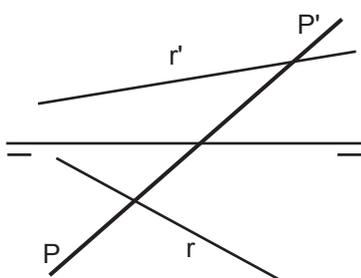
DERECHA: Pero también podemos contener en el plano una recta frontal con el mismo alejamiento que R, de este modo resolvemos el ejercicio de forma más rápida y clara.



Hemos explicado e ilustrado dos métodos para la intersección de planos oblicuos con rectas verticales. El sistema sería igual para rectas de punta (o perpendiculares al PH), para resolver el problema con estos tipos de recta deberíamos usar bien un plano proyectante vertical o una recta horizontal.

## PLANOS OBLICUOS CON TRAZAS ALINEADAS

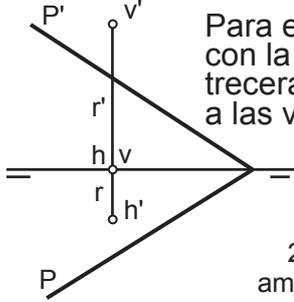
En este caso seguiremos el mismo método. La particularidad de estos tipos de plano simplemente reside en que las rectas contenidas en ellos parecen no pertenecer a los mismos; también que para solucionar la intersección con otro plano pueden requerir prolongar alguna traza a otros cuadrantes, ya que las trazas de la recta solución se encuentran en otros cuadrantes distintos al primero.



Otra particularidad en este caso es que, dadas las proyecciones de la recta, no nos es posible contenerla en un plano proyectante vertical (como hemos hecho en otros ejemplos), pues la intersección de la traza vertical del plano proyectante excedería los límites del papel. De este modo la recta R ha sido contenida en un plano proyectante horizontal.

Con todo insistimos en que el procedimiento es exactamente el mismo.

## INTERSECCIÓN ENTRE UN PLANO OBLICUO Y UNA RECTA DE PERFIL L7h

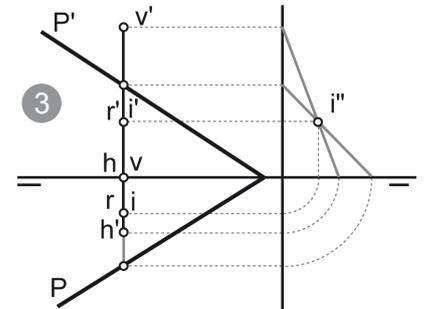
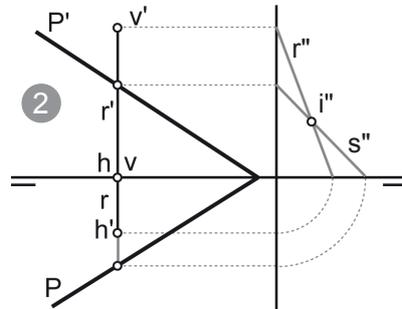
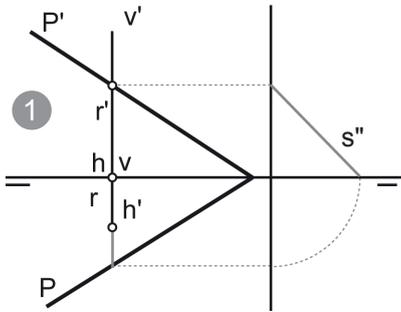


Para este caso debemos contener en el plano oblicuo dado una recta S de perfil con la misma lateralidad que la recta de perfil dada. Pasadas ambas rectas a una tercera vista, de perfil, localizamos el punto de intersección que podemos devolver a las vistas horizontal y vertical.

1º- Llevamos S a la vista de perfil (ayudándonos de un plano de perfil auxiliar). S es una recta de perfil contenida en P, sus trazas V y H están sobre las trazas de P y sus proyecciones vertical y horizontal coinciden con las de R dada.

2º- Llevamos R a tercera proyección, así determinamos  $i''$ , 3ª proyección de la intersección de ambas rectas.  $i''$  pertenece a S, por lo que también pertenece a P.

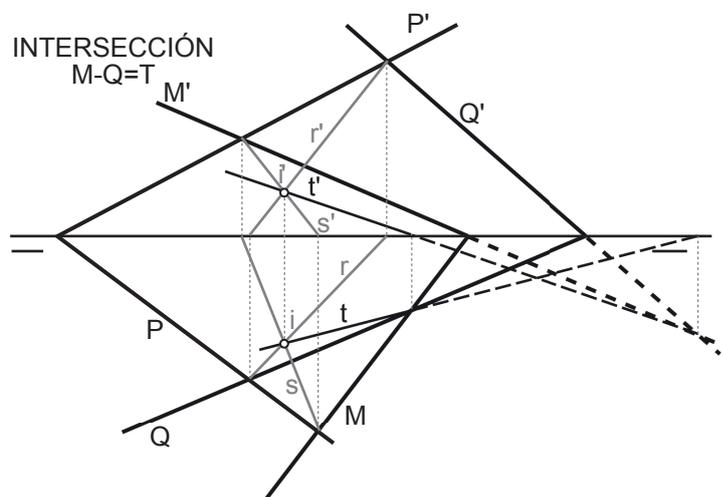
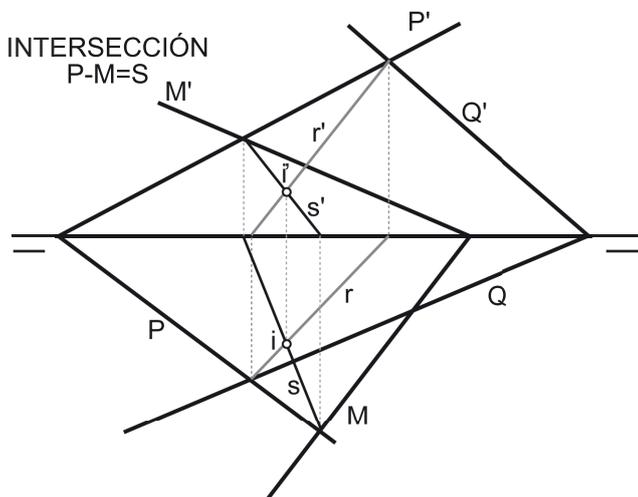
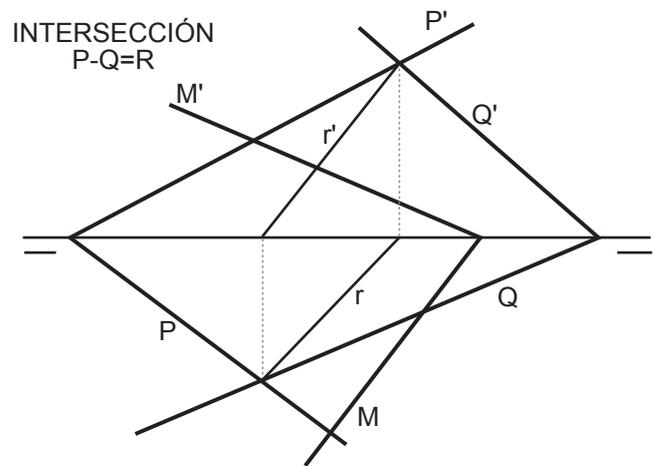
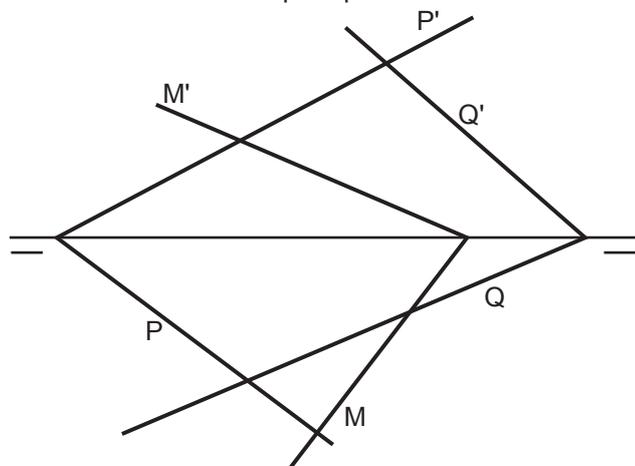
3º- A partir de la 3ª proyección de i determinamos sus proyecciones vertical y horizontal sobre R.



## INTERSECCIÓN ENTRE TRES PLANOS

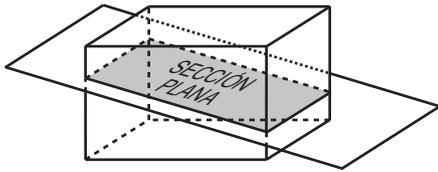
Tres planos que se cortan producen tres rectas de intersección al cortarse dos a dos. Por ello cuando tres planos se cortan probablemente determinen un punto donde estas tres rectas se cortarán. Tres planos que se cortan también pueden determinar una recta, como es el caso de los planos de proyección vertical y horizontal con los bisectores, pero este no es el caso más probable.

Por ello cuando nos encontramos con tres planos que se cortan debemos hallar al menos dos de esas rectas intersección entre ellos para posteriormente determinar el punto de intersección entre estas.



## SECCIÓN PLANA

La sección plana es la intersección de un poliedro o sólido geométrico con un plano. Dicho de otro modo, es la porción de plano (polígono, curva cónica o cualquier figura plana) que se produce en el plano que corta a un cuerpo volumétrico.



**Sección Recta:** Es la sección plana de un cuerpo cuando es cortado por un plano perpendicular al eje de este.

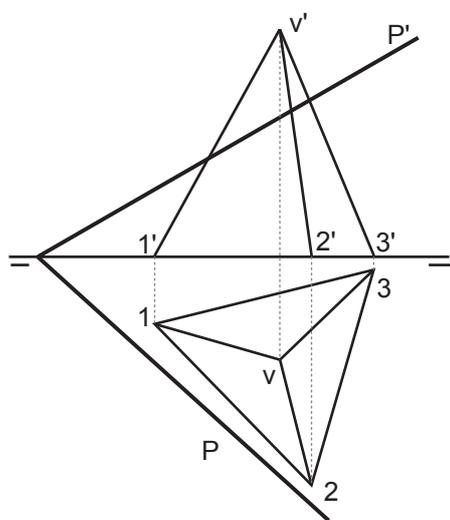
**Sección Oblicua:** Es la sección plana de un cuerpo cuando es cortado por un plano oblicuo a su eje.

**Sección principal:** Es la sección plana de un poliedro cuando el plano que lo corta produce dos mitades simétricas.

**Determinar la sección plana producida en un sólido al ser cortado por un plano consiste en determinar los puntos de intersección de las aristas (o en superficies de revolución las generatrices) con el plano secante. Dichos puntos determinan la figura que se produce.**

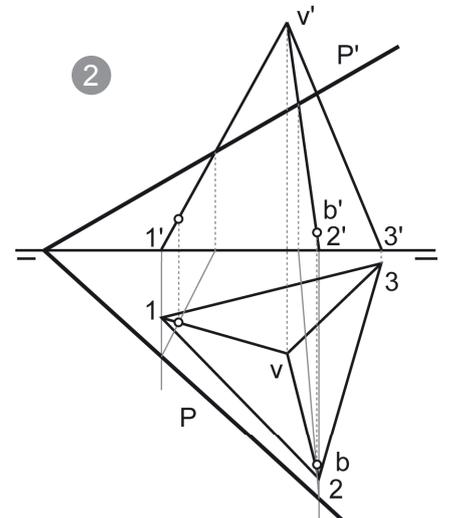
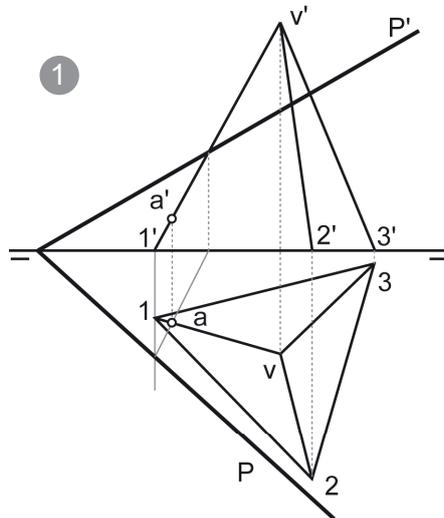
En Sistema Diédrico consiste en aplicar el/los método/s de resolución de la intersección recta-plano tantas veces como aristas tenga el sólido. Es siempre IMPORTANTE hacerlo de manera CLARA Y ORDENADA, pues en este tipo de ejercicios se acumula una cantidad considerable de trazados que pueden provocar cierta confusión.

Veamos un ejemplo de una **sección de un plano oblicuo con una Pirámide de base triangular**. **L15b**



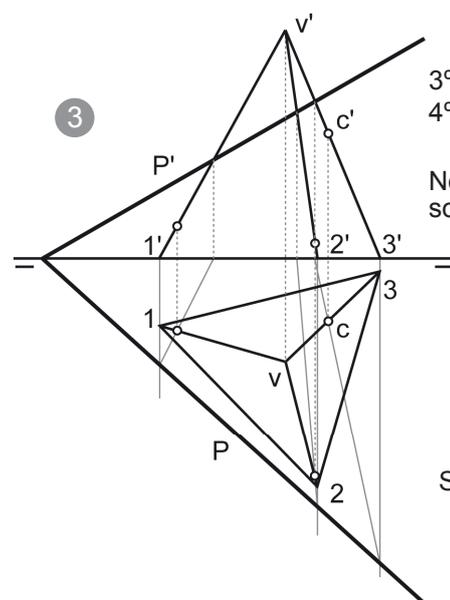
1º- Hallamos la intersección, A(a',a), de la recta 1-V con P.

2º- Hallamos la intersección, B(b',b), de la recta 2-V con P.



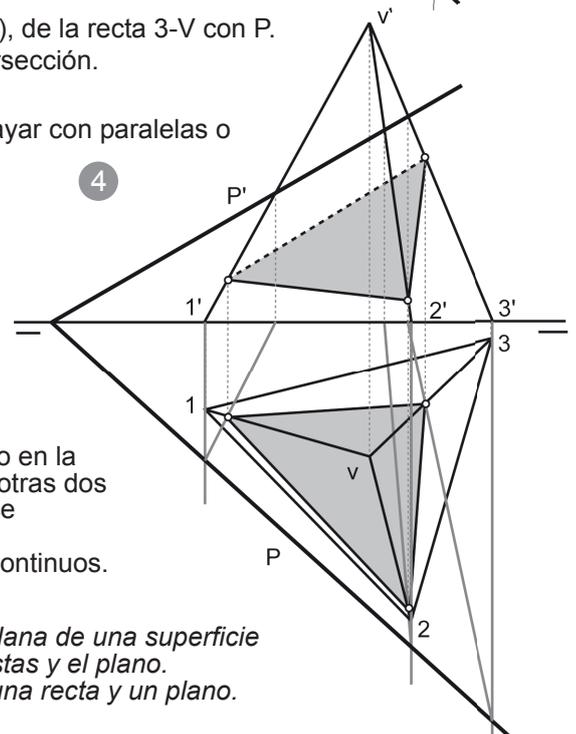
3º- Hallamos la intersección, C(c',c), de la recta 3-V con P.

4º- Unimos los tres puntos de intersección.



Normalmente la sección se debe rayar con paralelas o sombread.

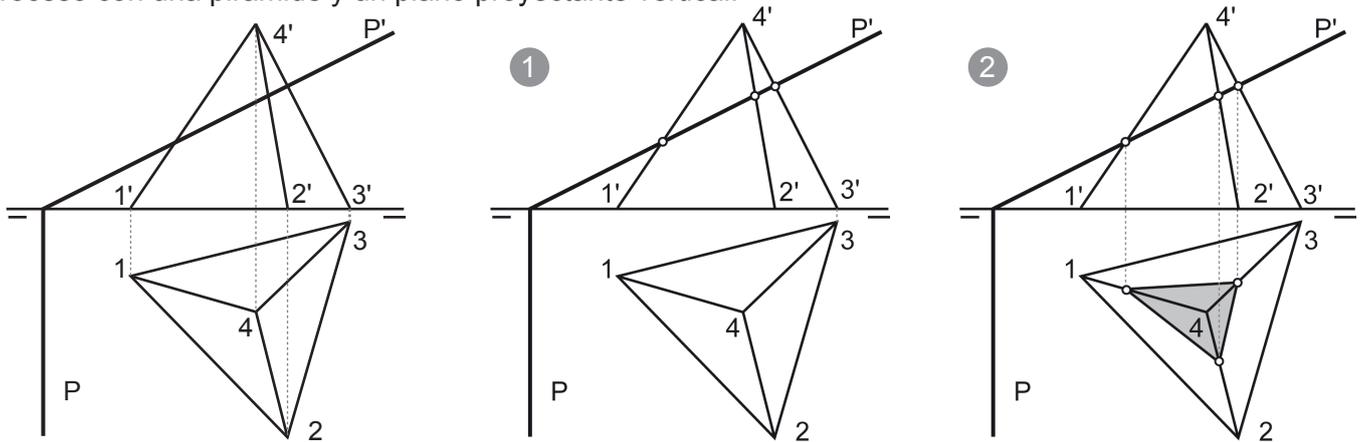
Se debe tener en cuenta que el segmento de la sección contenido en la cara 1-3-4 queda oculto por las otras dos caras, en contacto con el vértice superior, por lo que hay que representarlo con trazos discontinuos.



En definitiva, podemos concluir afirmando que para hallar la sección plana de una superficie con un plano debemos averiguar los puntos intersección entre las aristas y el plano, siguiendo el procedimiento de determinación de la intersección entre una recta y un plano.

## SECCIÓN PLANA PRODUCIDA POR UN PLANO PROYECTANTE

Cuando la sección de la superficie se produce por un plano proyectante la solución es mucho más directa que el método general, ya que la traza oblicua del plano proyectante muestra los puntos de intersección; a partir de ahí solo queda llevar, mediante perpendiculares a LT los puntos a la otra proyección. Veamos el proceso con una pirámide y un plano proyectante vertical.

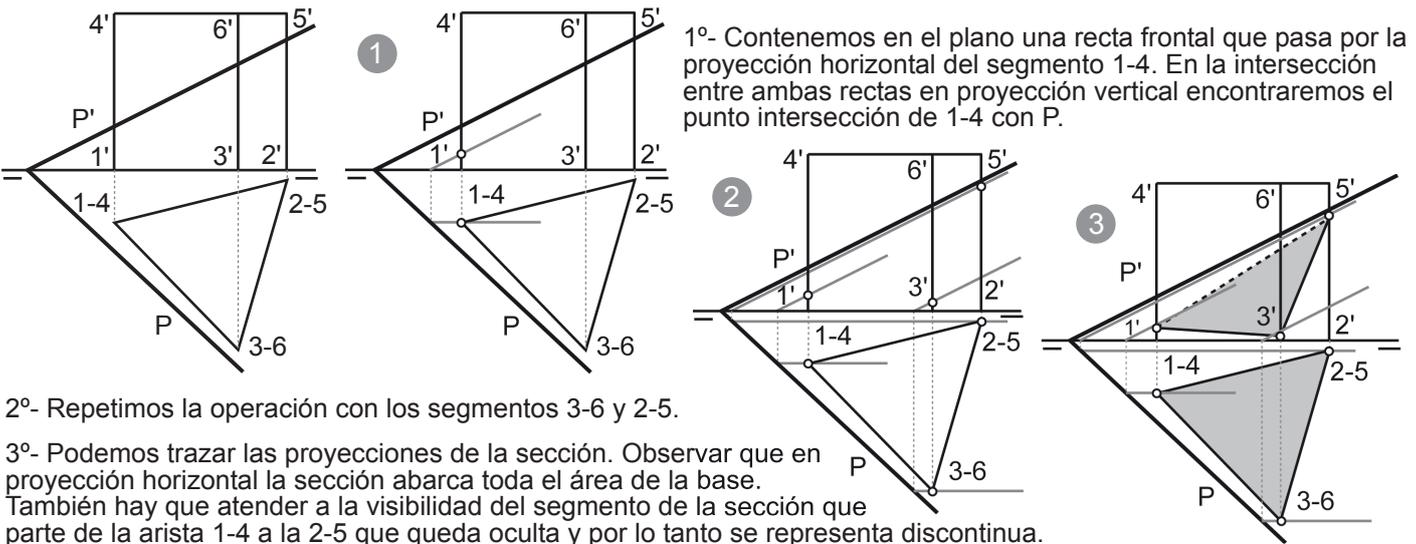


En estos casos, de secciones producidas por planos proyectantes, una de las proyecciones de la sección queda siempre contenida en su totalidad en la traza del plano oblicua a LT.

## SECCIONES PLANAS DE PRISMAS RECTOS

Los prismas rectos tienen siempre las aristas perpendiculares a las bases del prisma; y si este está apoyado en PH dichas aristas son rectas perpendiculares al PH de proyección. La intersección de estas rectas con planos oblicuos puede ser resuelta de dos formas: el método general y conteniendo en el plano rectas frontales u horizontales.

Presentamos el caso de un prisma recto de base triangular. Vamos a resolverlo conteniendo en P rectas frontales. **L15a**

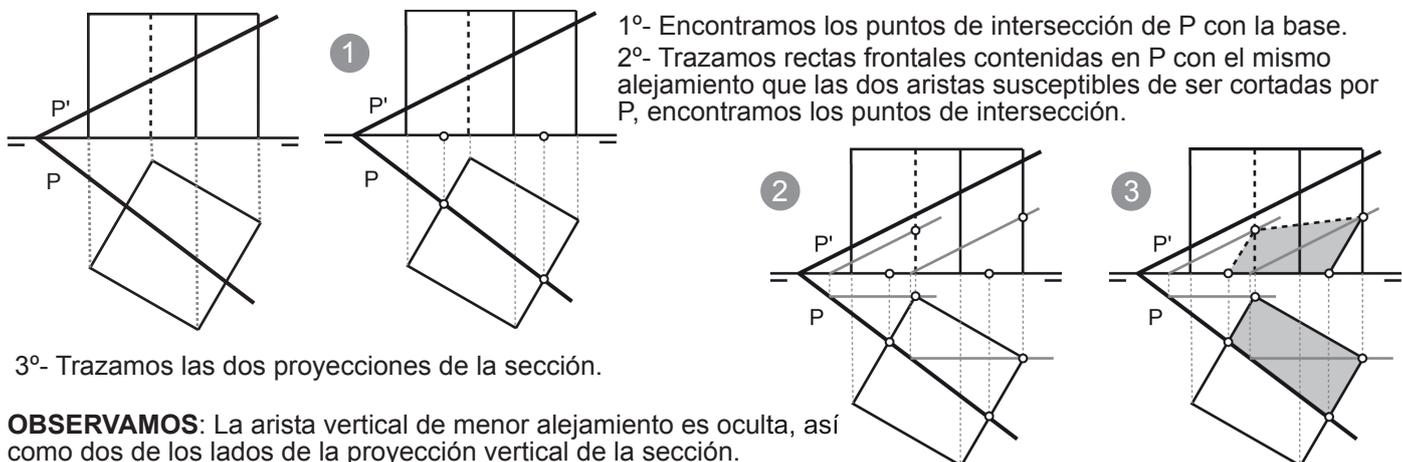


1º- Contenemos en el plano una recta frontal que pasa por la proyección horizontal del segmento 1-4. En la intersección entre ambas rectas en proyección vertical encontraremos el punto intersección de 1-4 con P.

2º- Repetimos la operación con los segmentos 3-6 y 2-5.

3º- Podemos trazar las proyecciones de la sección. Observar que en proyección horizontal la sección abarca toda el área de la base. También hay que atender a la visibilidad del segmento de la sección que parte de la arista 1-4 a la 2-5 que queda oculta y por lo tanto se representa discontinua.

En algunos casos se observa en planta (proyección horizontal) que la traza horizontal del plano corta a la base. En esos casos la intersección del plano con esos segmentos es directa, ya que dichos segmentos se encuentran sobre PH. **L15c**



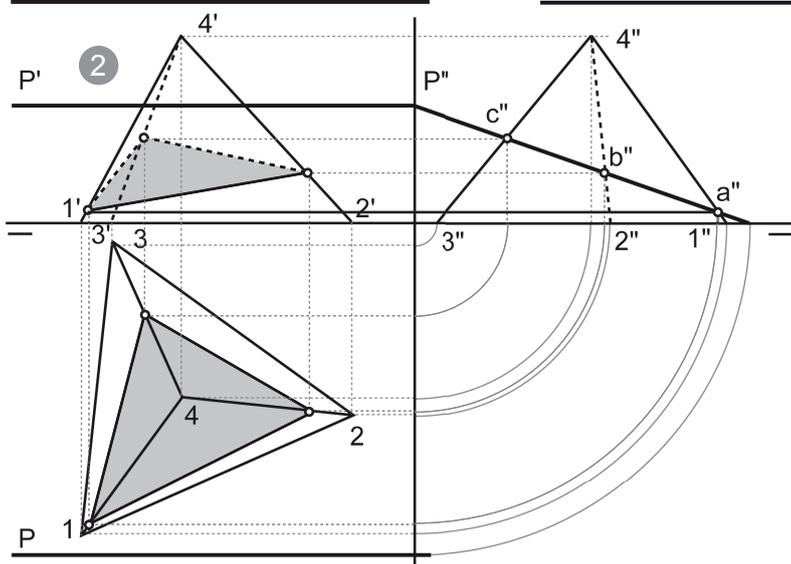
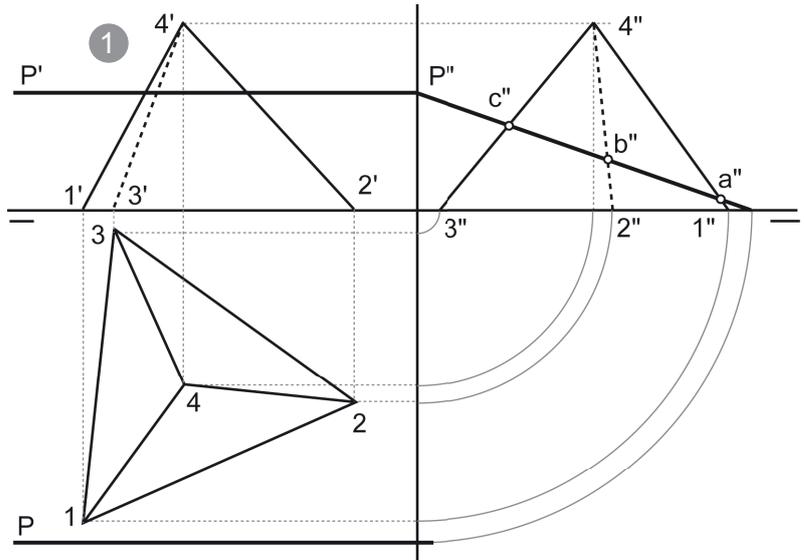
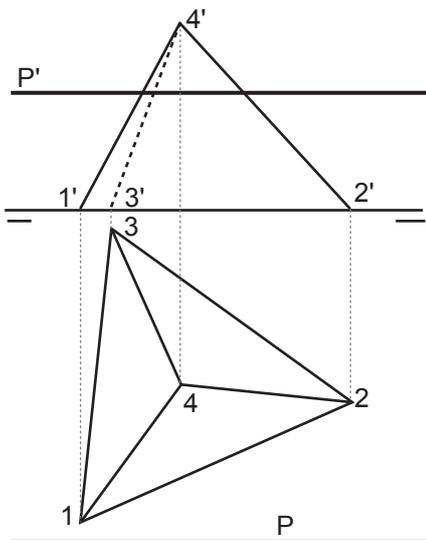
1º- Encontramos los puntos de intersección de P con la base.  
2º- Trazamos rectas frontales contenidas en P con el mismo alejamiento que las dos aristas susceptibles de ser cortadas por P, encontramos los puntos de intersección.

3º- Trazamos las dos proyecciones de la sección.

**OBSERVAMOS:** La arista vertical de menor alejamiento es oculta, así como dos de los lados de la proyección vertical de la sección.

## SECCIÓN PLANA PRODUCIDA POR UN PLANO PARALELO A LT L15e L15f

Cuando la sección de la superficie es producida por un plano paralelo a la línea de tierra es necesario obtener la tercera proyección del plano y la figura. En tercera proyección la intersección del plano con las aristas se visualiza directamente. A partir de ahí debemos llevar los puntos de intersección a las proyecciones vertical y horizontal.

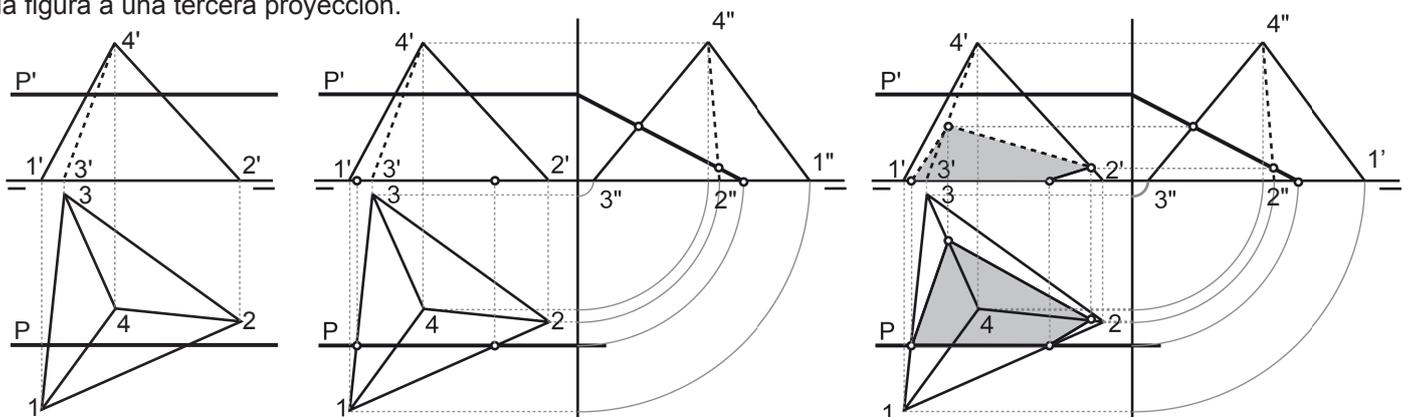


1º- Pasamos a tercera proyección el plano y la pirámide. Sobre la vista de perfil podemos localizar los puntos de intersección en tercera proyección.

2º- Llevamos los puntos de intersección a las proyecciones vertical y horizontal.

Podemos hacer esto último bien proyectando los puntos desde la vista de perfil sobre el PH y luego girándolos sobre el plano de perfil auxiliar, para finalmente llevarlos a las rectas (procedimiento inverso al que hemos utilizado para la tercera proyección del plano y la pirámide), o bien llevando las cotas de la tercera proyección sobre las proyecciones verticales de las rectas para luego encontrar las proyecciones horizontales. En la ilustración se muestran ambos métodos.

Al igual que con los planos oblicuos, cuando la traza horizontal del plano corta la proyección horizontal de la figura los puntos de intersección del plano con la base se muestran directamente, siempre y cuando la base esté apoyada sobre el PH. Para hallar el resto de puntos intersección necesitaremos realizar la misma operación: pasar el plano y la figura a una tercera proyección.

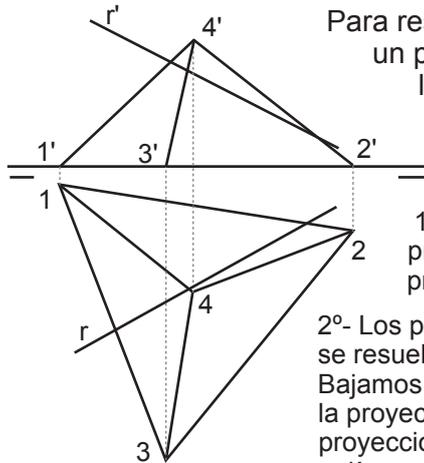


En esta ocasión para devolver los puntos hallados en tercera proyección a proyección horizontal y vertical hemos llevado las cotas de los puntos de intersección a las proyecciones verticales de las rectas y luego hemos bajado estas a sus proyecciones horizontales.

**OBSERVAR** la visibilidad de la pirámide y de la sección plana.

## INTERSECCIÓN RECTA POLIEDRO

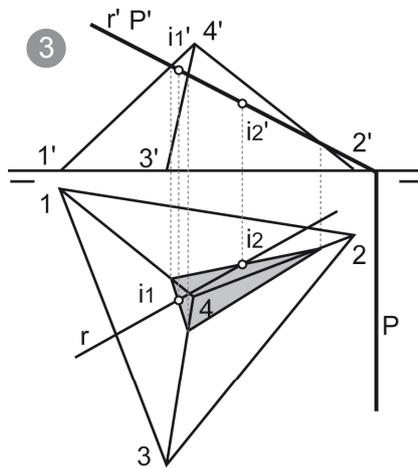
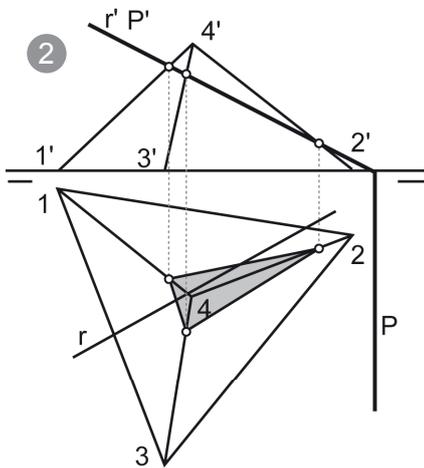
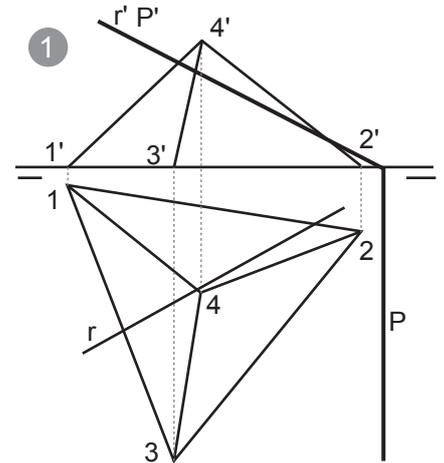
Una recta que atraviesa un poliedro, o un sólido, lo atraviesa en dos puntos si el poliedro es convexo: un punto de entrada y otro de salida en su superficie. Cuando el poliedro es cóncavo (muy inusual) la recta podría atravesarlo produciendo cuatro puntos: dos de entrada y dos de salida.



Para resolver este problema contendremos la recta que produce la intersección en un plano proyectante (horizontal o vertical, a conveniencia). Una vez contenida la recta en el plano hallaremos la sección plana que este produce en el poliedro para poder observar las intersecciones que la recta dada produce sobre los segmentos del contorno de la sección plana.

1º- Contendemos la recta R en un plano P proyectante, en este caso se trata de un plano proyectante vertical.

2º- Los puntos intersección del plano con las aristas se resuelven directamente en la proyección vertical. Bajamos los puntos a sus aristas correspondientes en la proyección vertical. De este modo obtenemos la proyección horizontal de la sección. que determina un polígono (en un poliedro, en una superficie de revolución determinaría una curva cónica).



3º- En la proyección horizontal podemos ver directamente la intersección de la recta R con la sección plana (puntos i1 i2) subimos dichos puntos a la proyección r'.

Para acabar el problema sólo nos faltaría considerar qué partes de la recta están ocultas (y por lo tanto discontinuas) y qué partes no. Si entre la proyección y la recta se interpone algún plano, la recta se representará discontinua.

