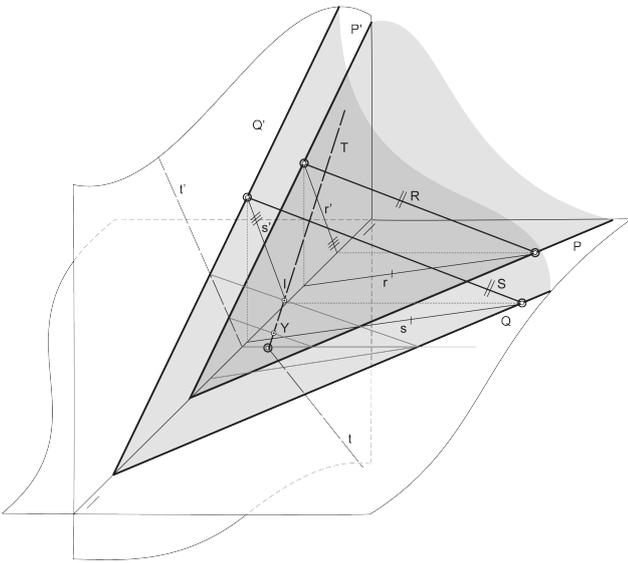


# APUNTES

## SISTEMA DIÉDRICO ORTOGONAL: PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD



|         | TÍTULO DE PÁGINA                               | CÓDIGO     | TIPO DE LICENCIA |
|---------|------------------------------------------------|------------|------------------|
| APUNTES | PARALELISMO RECTA-RECTA                        | SDO_P/P1d5 | CC               |
|         | PARALELISMO:<br>PLANO-PLANO / RECTA-PLANO      | SDO_P/P2d5 | CC               |
|         | PERPENDICULARIDAD RECTA-PLANO 1                | SDO_P/P3d5 | CC               |
|         | PERPENDICULARIDAD RECTA-PLANO 2                | SDO_P/P4d5 | CC               |
|         | PERPENDICULARIDAD<br>RECTA-RECTA / PLANO PLANO | SDO_P/P5d5 | CC               |



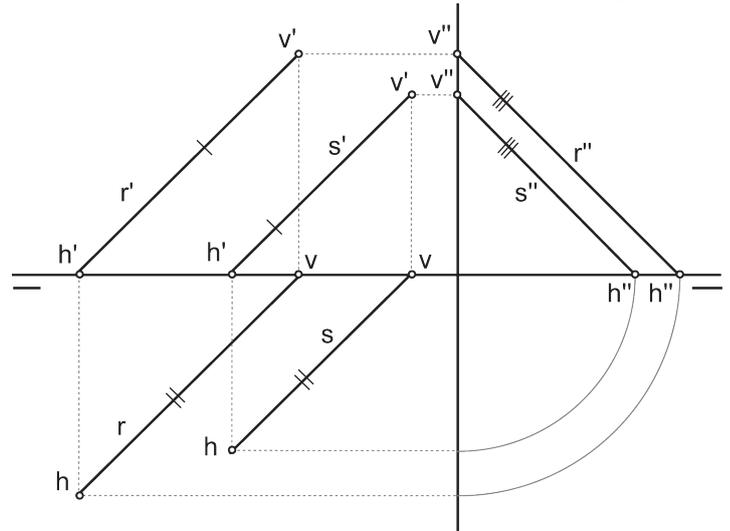
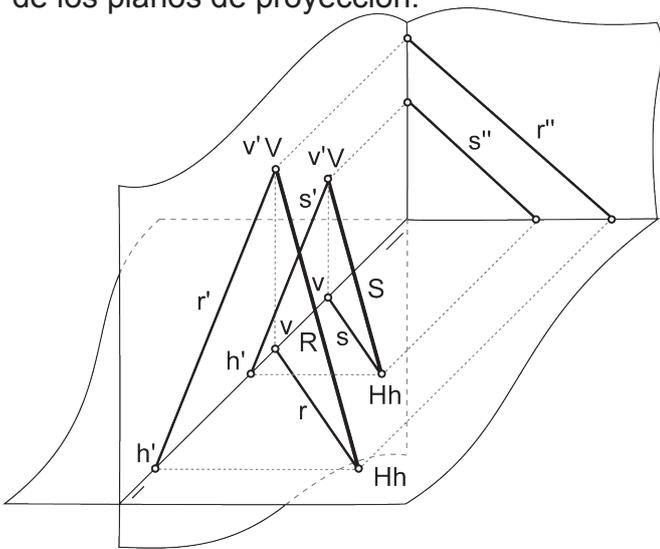
El presente documento es un fragmento, consistente en páginas bajo licencia de creative commons, de la obra **SISTEMA DIÉDRICO ORTOGONAL. FUNDAMENTOS Y PROCEDIMIENTOS**

FORMATO DIGITAL Primera edición, diciembre de 2019. ISBN: 978-84-09-17555-0

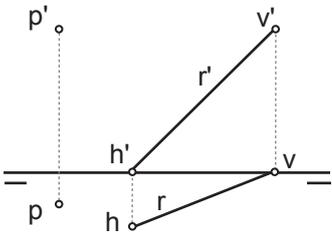
Texto, imágenes, maquetación y edición: Joaquim García | [www.laslaminas.es](http://www.laslaminas.es) | [ximo@laslaminas.es](mailto:ximo@laslaminas.es)

## PARALELISMO RECTA RECTA

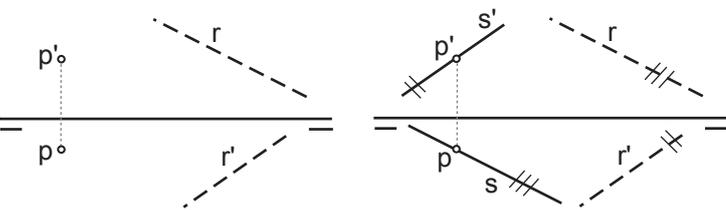
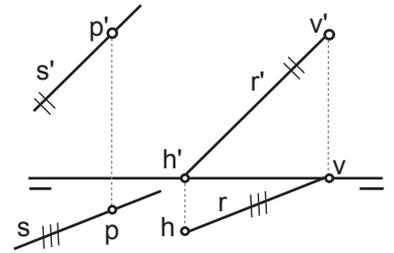
Dos rectas paralelas en el espacio son también paralelas en proyecciones. Si dos rectas son paralelas en el espacio sus proyecciones verticales también lo son, así como sus proyecciones horizontales o terceras proyecciones. También serán paralelas al verlas abatidas sobre alguno de los planos de proyección.



### Trazar una recta S paralela a R por el punto P L1ab

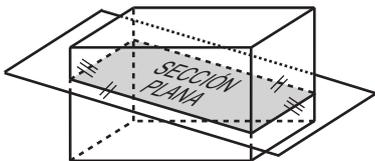


Simplemente tenemos que trazar, por la proyección horizontal del punto, una recta paralela a la proyección horizontal de la recta; y una recta paralela a la proyección vertical de la recta, por la proyección vertical del punto.

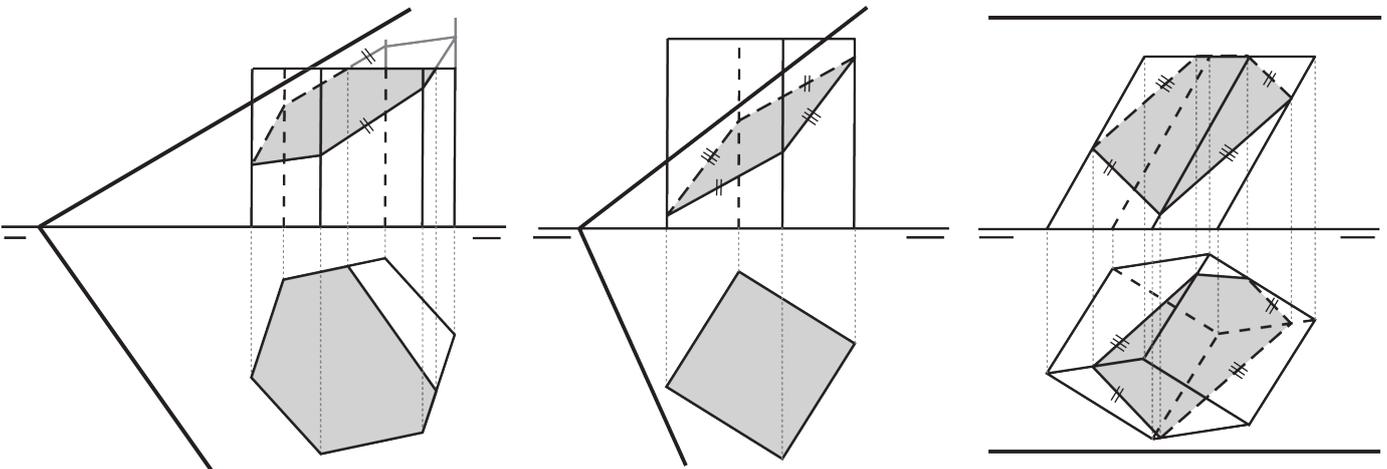


A la izquierda vemos un caso con el que hemos de tener cuidado, ya que la parte que nos enseñan de la recta y el punto no se encuentran en el mismo cuadrante con lo que el paralelismo se muestra de forma invertida al ejercicio anterior. No obstante, se siguen exactamente las mismas pautas.

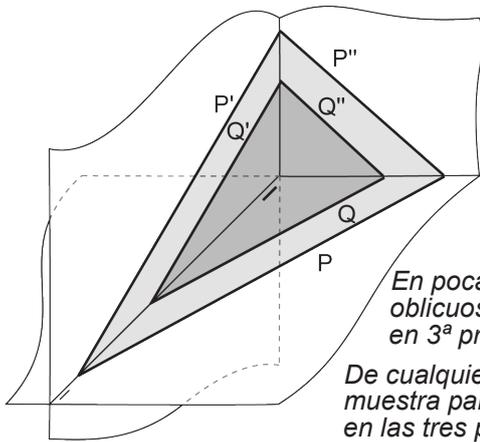
### Paralelismo de los lados de las secciones en prismas o poliedros seccionados por planos.



Cuando nos encontramos con un prisma o poliedro que tiene caras opuestas paralelas y este prisma o poliedro es seccionado por un plano; los lados de la sección conservan el paralelismo que tienen las caras opuestas. Observemos algunos casos.



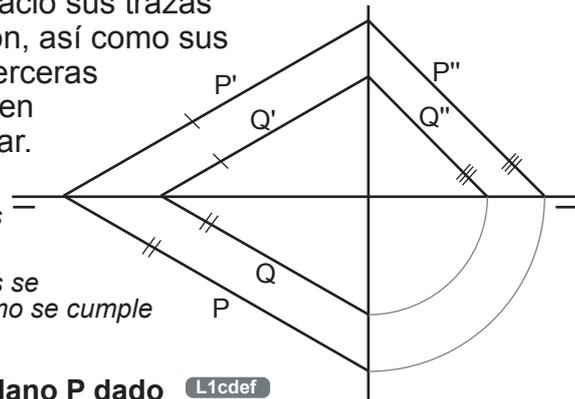
## PARALELISMO PLANO-PLANO



Dos planos paralelos en el espacio tienen también sus trazas paralelas en cualquiera de sus proyecciones. Si dos planos son paralelos en el espacio sus trazas verticales también lo son, así como sus trazas horizontales, o terceras proyecciones, o trazas en un plano de perfil auxiliar.

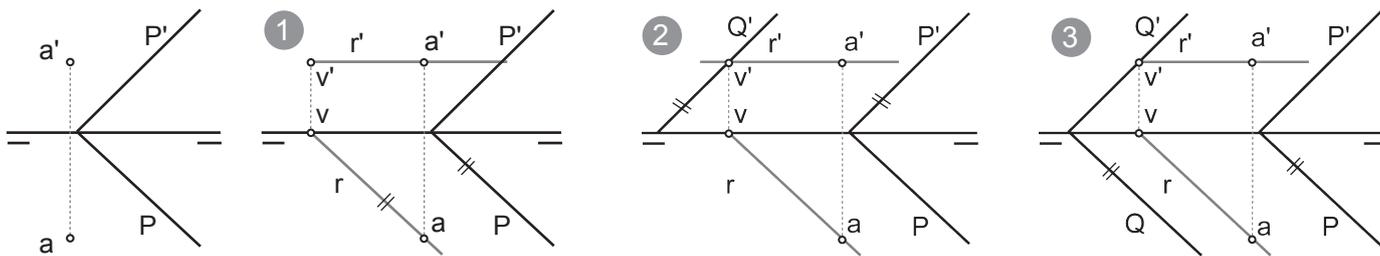
En pocas ocasiones los planos oblicuos necesitan ser representados en 3ª proyección.

De cualquier modo en estas ilustraciones se muestra para demostrar que el paralelismo se cumple en las tres proyecciones.



Trazar un plano Q, que contenga al punto A y paralelo al plano P dado

L1cdef



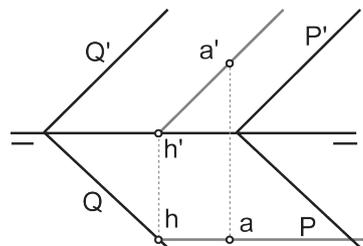
1º. Trazamos una recta horizontal R, paralela al plano P. Para ello trazamos una horizontal por  $a'$  y una paralela a P por  $a$ . Hallamos las trazas de la recta. en este caso  $vv'$ .

2º. Por  $V'$  pasamos una paralela a  $P'$ , esta será la traza vertical del plano buscado.

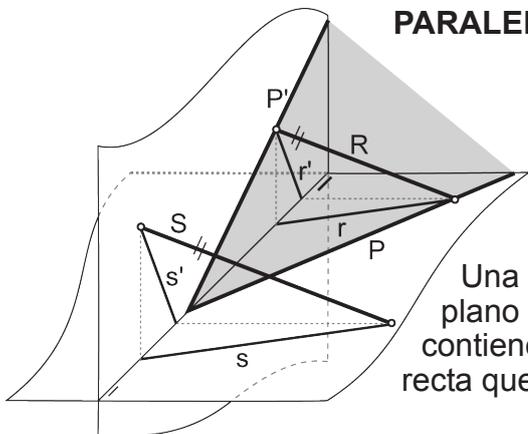
3º. Por la intersección de  $Q'$  con LT trazamos una paralela a P.

El plano Q contiene al punto A, pues está contenido en una recta R perteneciente a él.

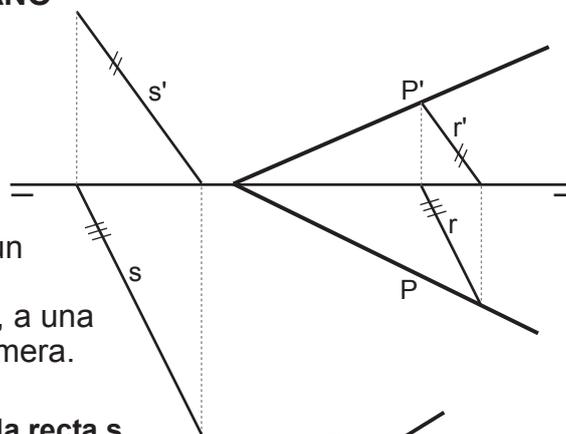
En la ilustración a la izquierda, este ejercicio se puede resolver de la misma forma conteniendo el punto dado en una recta frontal. El resultado será el mismo.



## PARALELISMO RECTA-PLANO

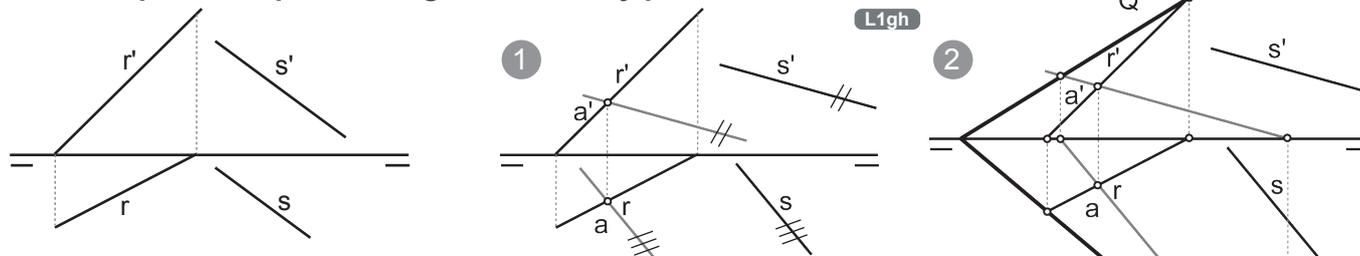


Una recta es paralela a un plano cuando el plano contiene, o puede contener, a una recta que es paralela a la primera.



Trazar un plano Q, que contenga a la recta r y paralelo a la recta s

L1gh



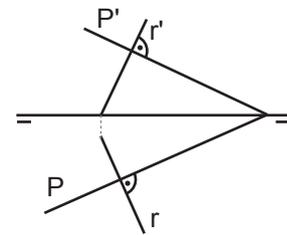
1º. Elegimos un punto A sobre la recta r y pasamos por él una recta paralela a S.

2º. Contenemos las dos rectas que se cortan en A en un plano.

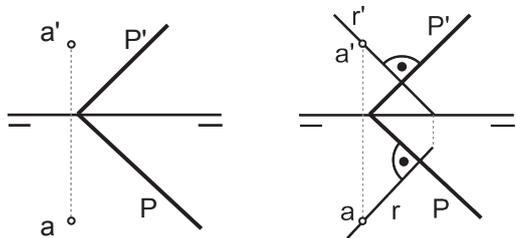
El plano trazado contiene una recta paralela a S y por lo tanto es paralelo a ella.

## PERPENDICULARIDAD RECTA-PLANO

Una recta perpendicular a un plano tiene su proyección vertical perpendicular a la traza vertical del plano y su proyección horizontal perpendicular a la traza horizontal del plano. Para que la perpendicularidad en el espacio se cumpla la perpendicularidad entre trazas del plano y proyecciones de la recta se debe de dar en ambos planos de proyección.



**Trazar una recta R, perpendicular al plano P, por un punto A exterior a P.** L3a



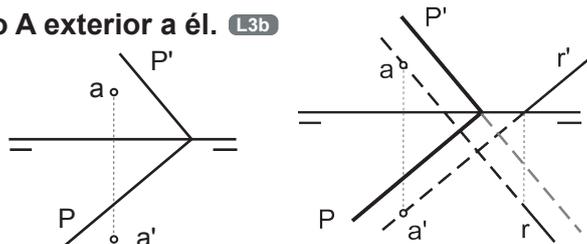
El problema no tiene ninguna complicación.

Se trata de hacer pasar por el punto (en ambas proyecciones) una recta perpendicular a las trazas del plano.

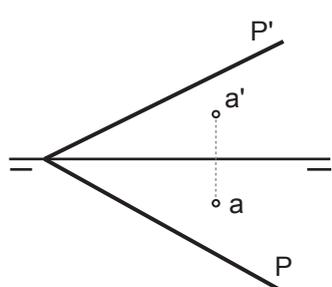
**Trazar una recta R, perpendicular al plano P por un punto A exterior a él.** L3b

Si bien este caso no presenta complicaciones sí que necesitamos prestar atención, ya que el punto no se encuentra en el primer cuadrante y sería un error trazar la perpendicularidad con las proyecciones cambiadas.

*Del mismo modo, aunque más extraño todavía, podrían presentársenos las trazas ocultas de un plano.*

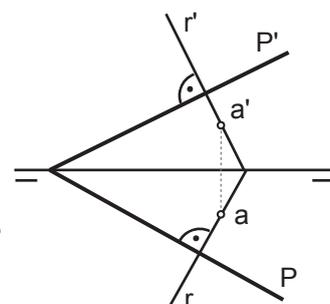


**Trazar una recta R, perpendicular al plano P por un punto A perteneciente a él.** L3c

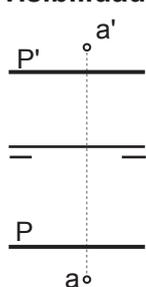


Este problema tampoco tiene ninguna complicación. Se trata de proceder igual que en el anterior, con la única diferencia de que esta vez el punto se encuentra contenido en el plano.

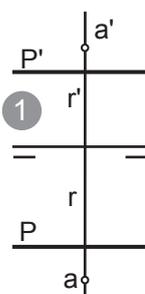
*Este problema tiene especial importancia ya que en multitud de ocasiones nos encontraremos con ejercicios en los que nos piden construir un prisma o una pirámide rectos (eje o aristas perpendiculares a la base) a partir de un polígono contenido en un plano.*



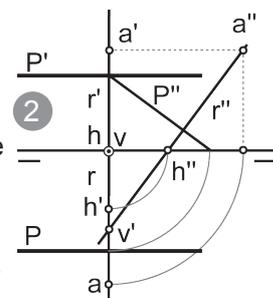
**Trazar una recta R que pase por A y sea perpendicular al plano P. Determinar sus trazas y su visibilidad.** L3e



1º- Las proyecciones de la recta serán, como siempre, perpendiculares a las trazas del plano, así que podemos trazar las proyecciones de la recta. Pero esta no queda definida si no lo hacemos con dos puntos, lo haremos con sus dos trazas como nos pide el enunciado.



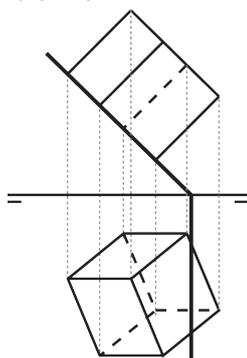
2º- Para determinar las trazas de la recta necesitamos su tercera proyección que obtenemos, en este caso a partir del abatimiento de un plano de perfil que contiene a la recta y al punto A. Una vez determinadas las trazas en 3ª proyección podemos llevarlas a proyecciones vertical y horizontal.



*Observemos algunos casos de prismas o pirámides cuyas bases están apoyadas en planos distintos a los de proyección. Se trata de polígonos (las bases) contenidos en planos de cuyos vértices parten rectas (aristas) perpendiculares al plano sobre el cual se apoyan los poliedros.*

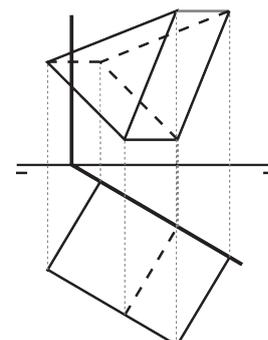
A la derecha vemos un cubo apoyado sobre un plano proyectante vertical.

Vemos como todas las aristas que parten de la base, sobre el plano cumplen la perpendicularidad con las trazas del plano.



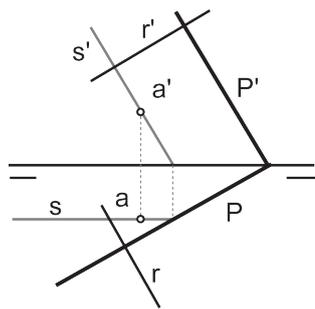
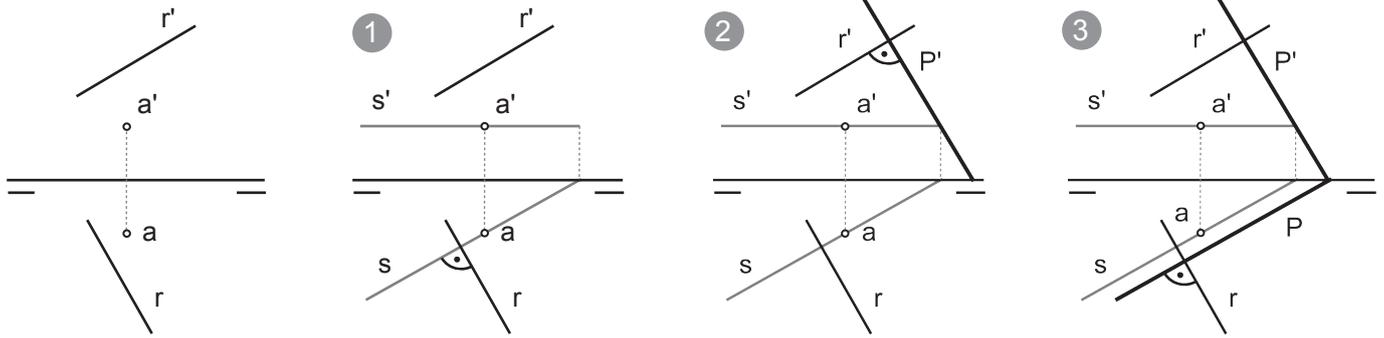
A la derecha vemos un prisma de base triangular apoyado sobre un plano proyectante horizontal

También podemos apreciar como todas las aristas que parten de la base triangular, contenida en el plano, cumplen la perpendicularidad con las trazas del plano.



## PERPENDICULARIDAD RECTA-PLANO

Trazar un plano P perpendicular a la recta R y que contenga al punto A dado. L3g



1º- Pasamos por el punto una recta horizontal S, cuya proyección horizontal es perpendicular a la proyección horizontal de la recta R.

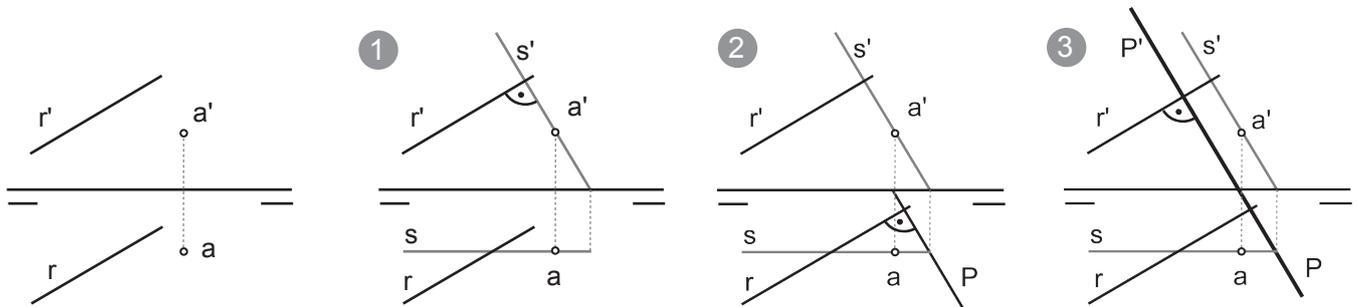
2º- Determinamos la traza vertical de S y por ella trazamos la traza del plano P, P', perpendicular a la proyección vertical de R.

3º. Por la intersección de P' con LT trazamos la traza horizontal P, perpendicular a la proyección horizontal de la recta R.

Como podemos ver a la izquierda este problema también se puede resolver empleando como recta auxiliar una frontal.

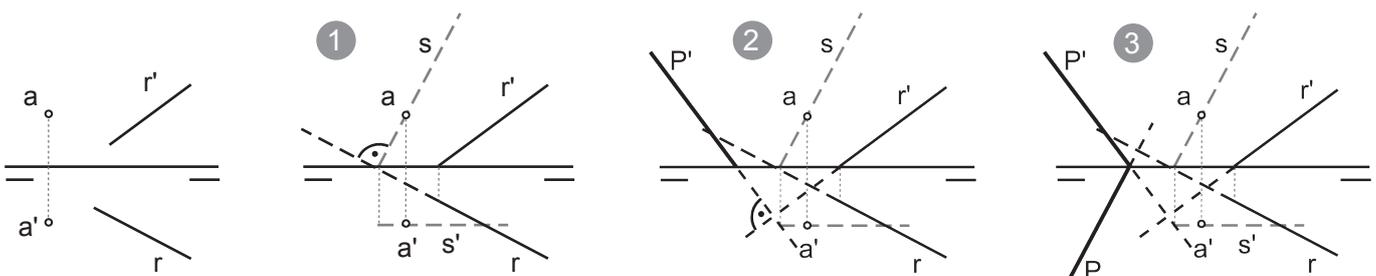
Trazar un plano P perpendicular a la recta R y que contenga al punto A dado. L4a

*El problema es el mismo y los pasos a seguir también. Esta vez hemos llevado a cabo el mismo procedimiento pero pasando por el punto una recta frontal. La peculiaridad del ejercicio reside en el paralelismo de ambas proyecciones de la recta dada, esto va a provocar que las trazas del plano estén alineadas, lo cual es poco frecuente.*



Trazar un plano P perpendicular a la recta R y que contenga al punto A dado. L4b

*Nos seguimos encontrando con el mismo enunciado, pero este caso va a tener una apariencia mucho más complicada. En realidad el método es exactamente igual que en los dos anteriores casos.*



En el sistema diédrico, al contrario de lo que sucede con el paralelismo, dos rectas o dos planos perpendiculares, sus trazas (para los planos) o sus proyecciones (para las rectas) no guardan relación angular particular entre sí.

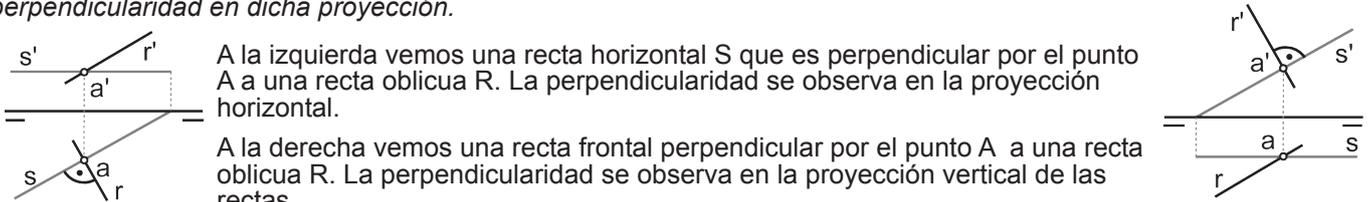
Si en diédrico las proyecciones homónimas de dos rectas son perpendiculares, estas rectas no tienen por que ser perpendiculares en el espacio; y si las trazas homónimas de dos planos son perpendiculares, tampoco significa que ambos planos sean perpendiculares.

### PERPENDICULARIDAD RECTA-RECTA

Generalmente las proyecciones vertical y horizontal de dos rectas perpendiculares en el espacio serán oblicuas. Solamente si una de las dos rectas es paralela a uno de los planos de proyección se observará en proyecciones la perpendicularidad en dicha proyección.

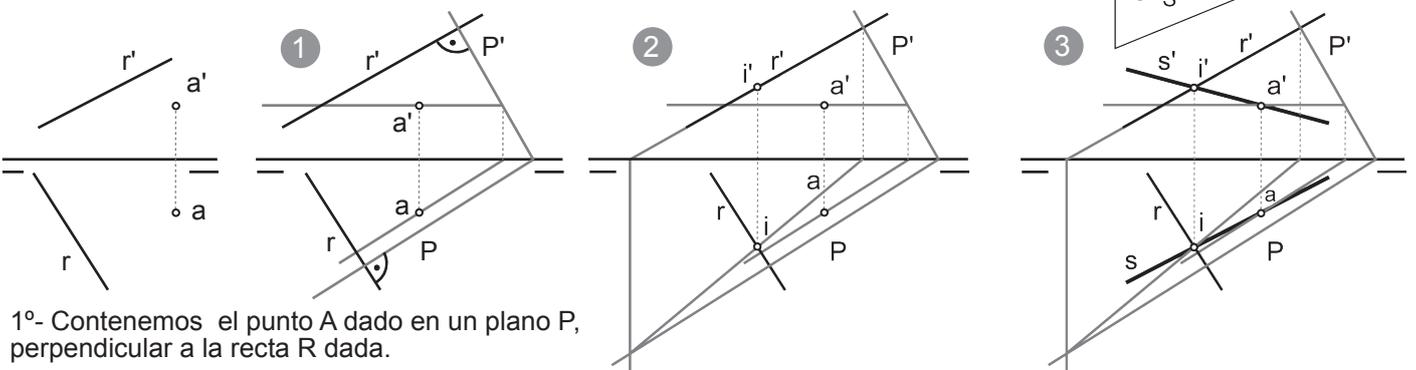
A la izquierda vemos una recta horizontal S que es perpendicular por el punto A a una recta oblicua R. La perpendicularidad se observa en la proyección horizontal.

A la derecha vemos una recta frontal perpendicular por el punto A a una recta oblicua R. La perpendicularidad se observa en la proyección vertical de las rectas.



Si las rectas no cumplen ningún paralelismo con respecto a ningún plano de proyección la perpendicularidad ya no se observa directamente en proyecciones.

#### Trazar por el punto A una recta S perpendicular a la recta R dada. L4c



1º- Contenemos el punto A dado en un plano P, perpendicular a la recta R dada.

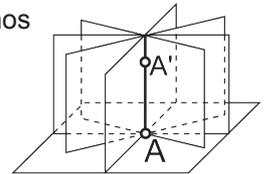
2º- Hallamos la intersección, i-i', de la recta R con el plano P.

3º- La recta s, definida por el punto A dado y la intersección I, es perpendicular a la recta R y pasa por el punto A dado.

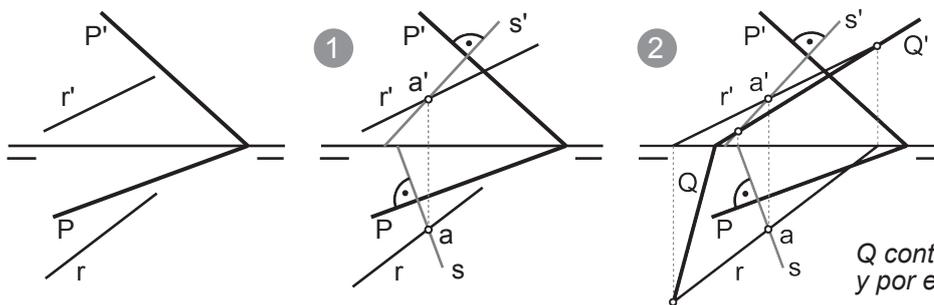
### PERPENDICULARIDAD PLANO-PLANO

Un plano es perpendicular a otro si contiene, o puede contener, una recta perpendicular al otro plano.

Por un punto A, perteneciente a un plano P, o por A' exterior a él, pueden trazarse infinitos planos perpendiculares. Por dos puntos exteriores a un plano (que definen una recta) se puede trazar un plano perpendicular al dado.



#### Trazar por la recta R un plano Q perpendicular al plano P dado. L4d

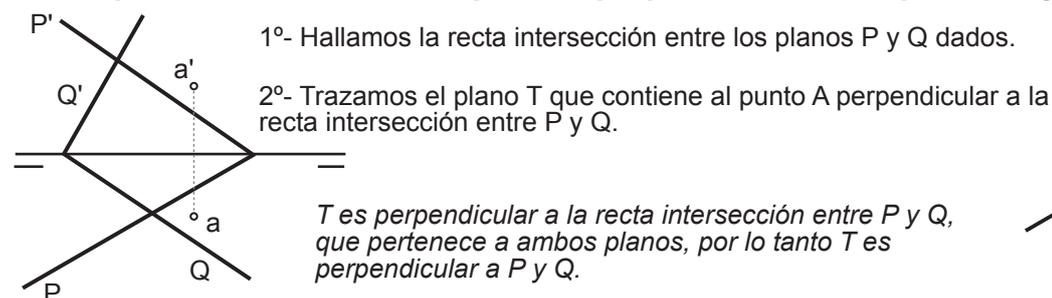


1º- Elegimos un punto perteneciente a la recta A. A partir de él trazamos una recta S perpendicular al plano P.

2º- Las rectas S y R definen el plano Q con sus trazas (tres de ellas al menos).

Q contiene a S y a R. S es perpendicular a P y por ello Q también.

#### Por un punto A dado trazar un plano T perpendicular a los planos P y Q dados. L4f



1º- Hallamos la recta intersección entre los planos P y Q dados.

2º- Trazamos el plano T que contiene al punto A perpendicular a la recta intersección entre P y Q.

T es perpendicular a la recta intersección entre P y Q, que pertenece a ambos planos, por lo tanto T es perpendicular a P y Q.

