La Afinidad es una transformación homográfica que cumple las siguientes leyes:

- Dos puntos Afines están alineados con una recta que sigue la dirección de afinidad
- Dos rectas Afines se cortan siempre en una recta fija llamada eje de afinidad.

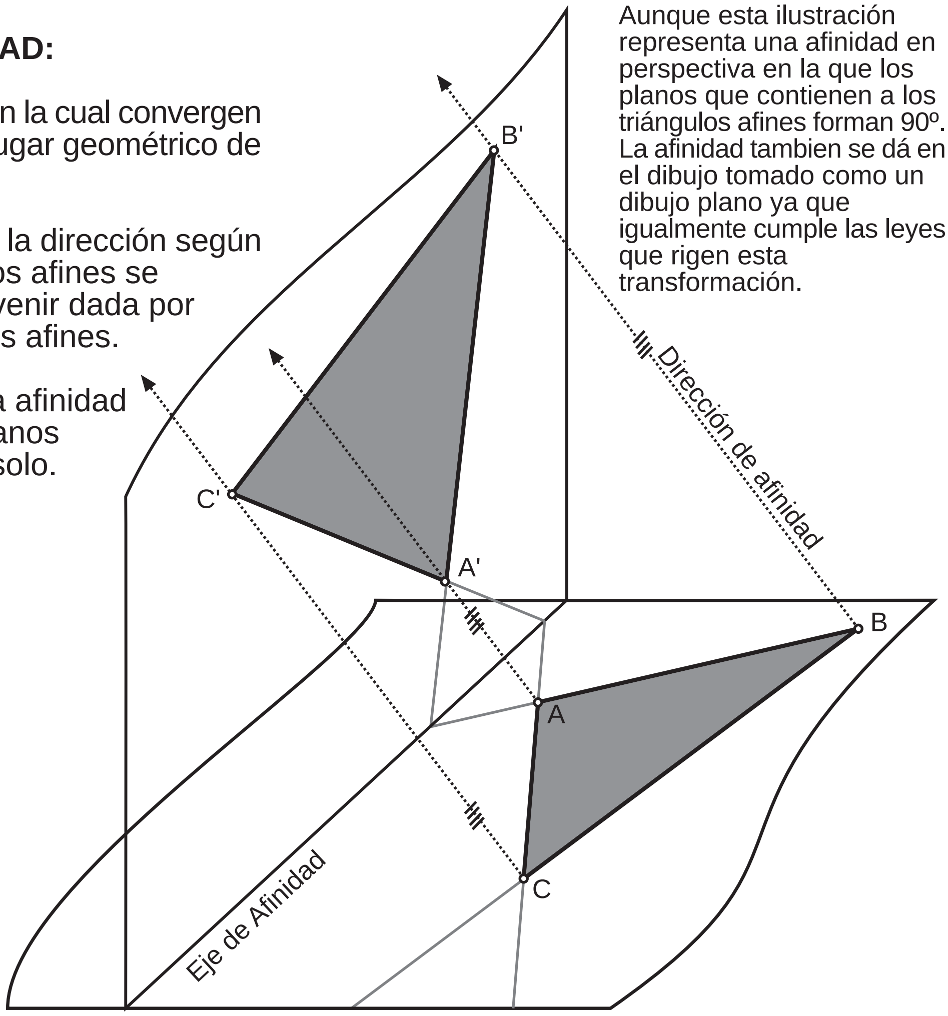
La afinidad mantiene el paralelismo, las proporciónes entre segmentos y las áreas e las figuras. La afinidad es un caso particular de homología en la que el centro de homología es impropio (está en el infinito), de ahí que no exista un centro de afinidad sino una dirección y que todos los rayos sean paralelos.

ELEMENTOS EN UNA AFINIDAD:

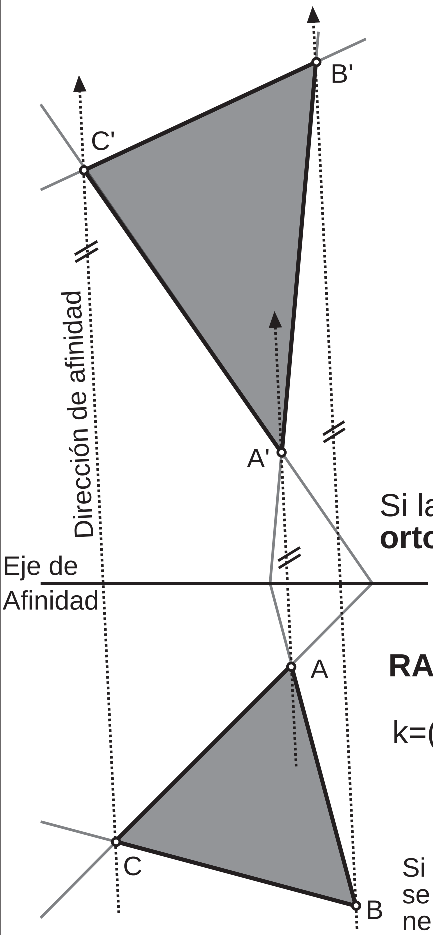
EJE DE AFINIDAD: Es la recta en la cual convergen las rectas afines. Por ello es el lugar geométrico de los puntos dobles.

DIRECCION DE AFINIDAD: Es la dirección según la cual todos los pares de puntos afines se encontraran alineados. Puede venir dada por un vector o por un par de puntos afines.

Abajo vemos ilustrada la misma afinidad habiendo abatido uno de los planos para hacerlos coincidir en uno solo.
El eje de afinidad actua como charnela.



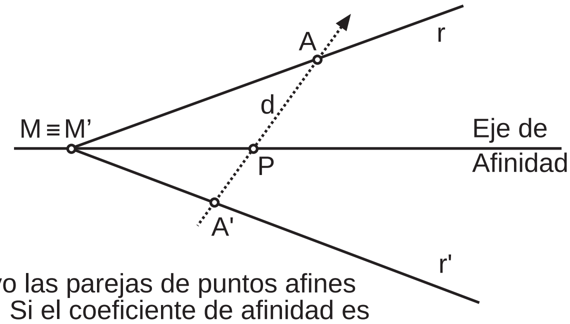
Aunque esta ilustración representa una afinidad en perspectiva en la que los planos que contienen a los triángulos afines forman 90º. La afinidad tambien se dá en el dibujo tomado como un dibujo plano ya que igualmente cumple las leyes que rigen esta transformación.



Si la dirección de afinidad es perpendicular al eje se denomina **Afinidad ortogonal**, en los demás casos **Afinidad oblicua**.

RAZÓN DE AFINIDAD:

$$k=(\infty PAA')=\frac{\infty A/\infty A'}{PA/PA'}=\frac{PA'}{PA}$$



Si el coeficiente de afinidad es positivo las parejas de puntos afines se encontraran al mismo lado del eje. Si el coeficiente de afinidad es negativo, las parejas de puntos afines se encontraran a distinto lado.

Una afinidad queda determinada conociendo los siguientes datos:

1- El eje y dos puntos afines.
2- La dirección de afinidad y el coeficiente
3- Dos figuras afines.

A la Afinidad tambien se la denomina homología afín o Afinidad homológica.
En la afinidad no existen rectas límite.

En esta página podemos observar como hemos dibujado la afinidad de la explicación de la página anterior.

1º AFINIDAD xx': es la que representa la afinidad en axonométrica de forma tridimensional. En la que se observa un triángulo abc afín a otro a'b'c', según una dirección d. Esta representa la afinidad en tres dimensiones pero no deja de ser un dibujo plano.

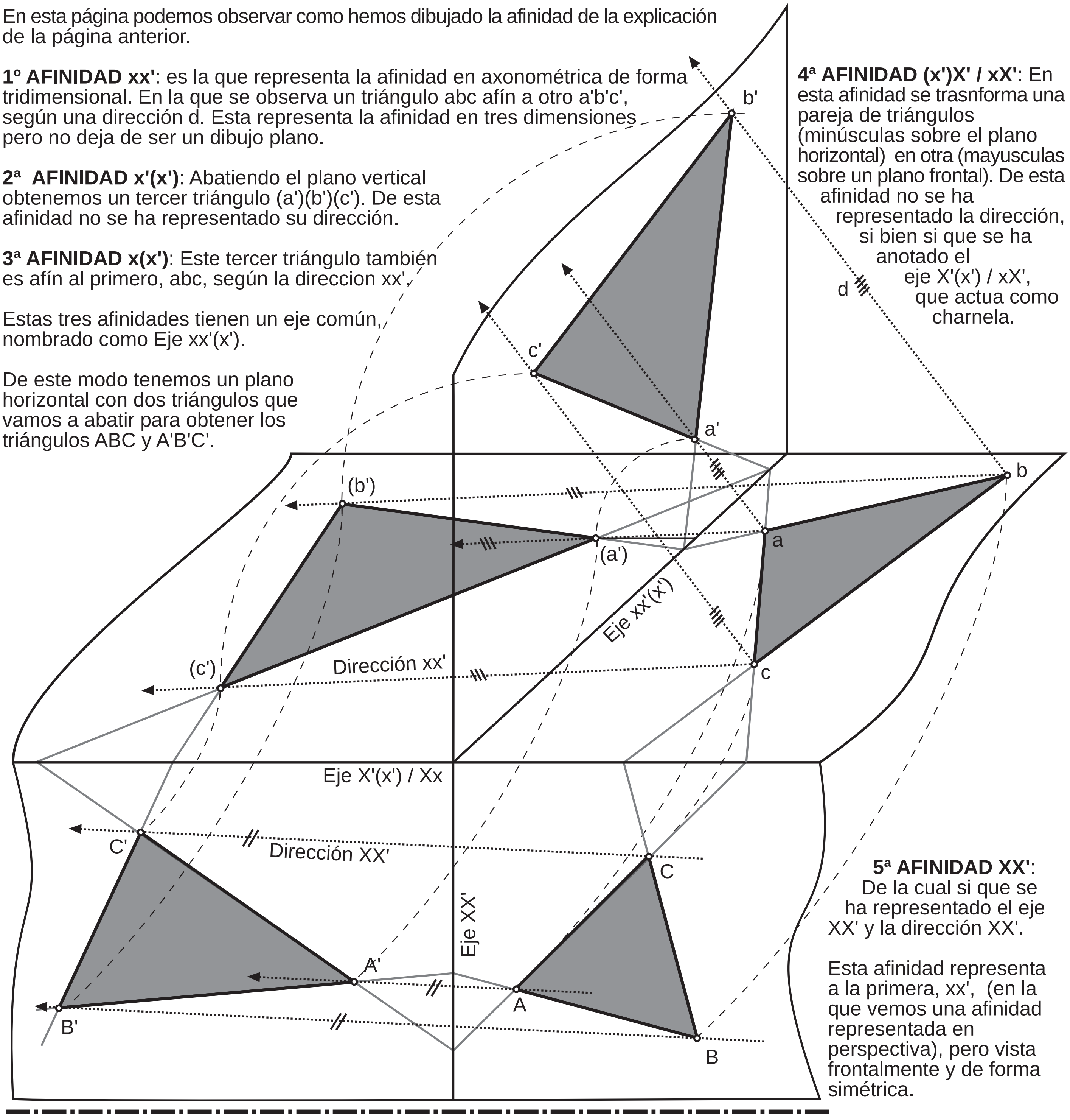
2ª AFINIDAD x'(x'): Abatiendo el plano vertical obtenemos un tercer triángulo (a')(b')(c'). De esta afinidad no se ha representado su dirección.

3ª AFINIDAD x(x'): Este tercer triángulo también es afín al primero, abc, según la direccion xx'.

Estas tres afinidades tienen un eje común, nombrado como Eje xx'(x').

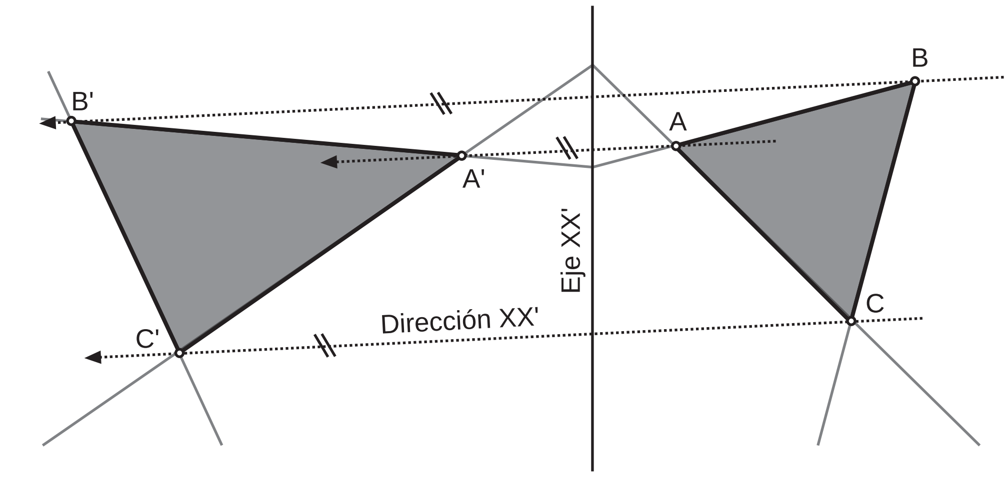
De este modo tenemos un plano horizontal con dos triángulos que vamos a abatir para obtener los triángulos ABC y A'B'C'.

4ª AFINIDAD (x')X' / xX': En esta afinidad se trasnforma una pareja de triángulos (minúsculas sobre el plano horizontal) en otra (mayusculas sobre un plano frontal). De esta afinidad no se ha representado la dirección, si bien si que se ha anotado el eje X'(x') / xX', que actua como charnela.



5ª AFINIDAD XX': De la cual si que se ha representado el eje XX' y la dirección XX'.

Esta afinidad representa a la primera, xx', (en la que vemos una afinidad representada en perspectiva), pero vista frontalmente y de forma simétrica.

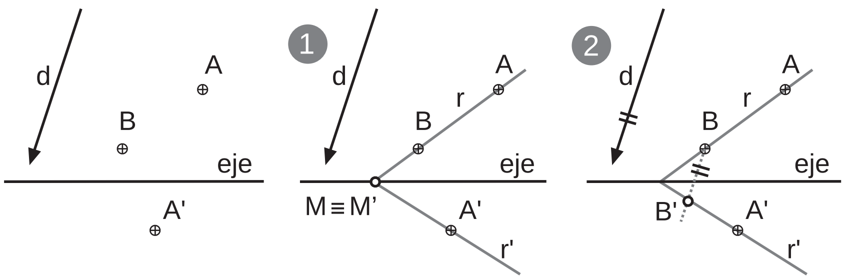


Finalmente hemos transformado el plano frontal en su simétrico, con sus triángulos ABC y A'B'C' para poder observarlos de modo frontal (aunque girados 90º en esta página) como si simplemente hubieramos abatido el plano horizontal sobre el vertical de la 1ª afinidad.

Por todo ello podemos concluir afirmando que:

La afinidad se puede considerar como el producto de un estiramiento con una isometría o viceversa

Halla el afín de B, B' dados el eje, la dirección de afinidad y un par de puntos afines A-A'.



1º- Trazamos una recta r que pasa por A y B. Sobrev el eje obtenemos el punto doble de r y r' MM'. Unimos M' con A' para obtener r'.

2º- Pasando por B trazamos una recta paralela a d, dirección de afinidad obteniendo sobre r' B'.

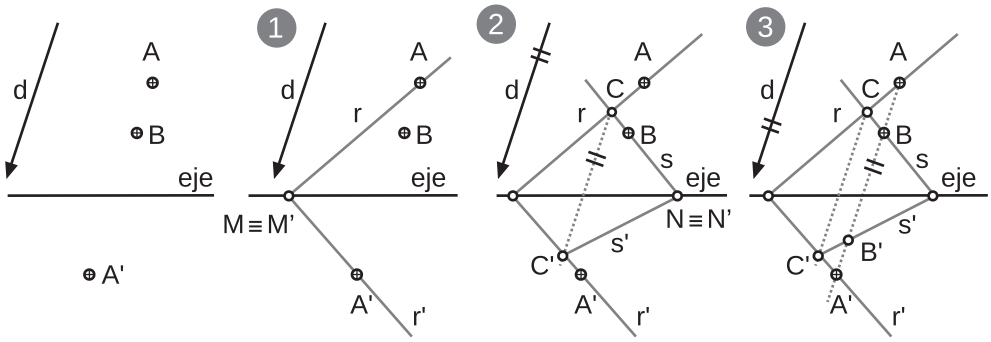
En este caso la dirección dada d es una redundancia de los datos, ya que esta bien dada también con los puntos AA'.

Halla el afín de B, B' dados el eje, la dirección de afinidad y un par de puntos afines A-A' alineados con A.

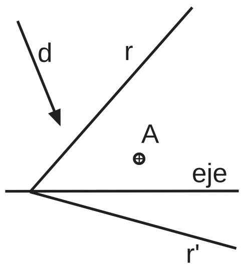
1º- Trazamos una recta rr' que pasa por A, A' y MM'.

2º- Trazamos una recta s que corta a r en C, obteniendo C' (trazando una paralela a d), podemos trazar desde N', punto doble sobre el eje, su afín s'.

3º- Trazando una paralela a d por B obtenemos B' sobre s'.



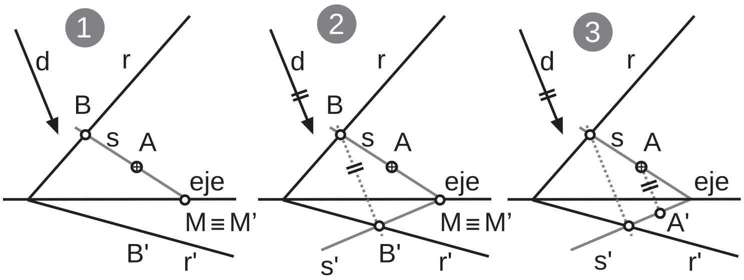
Halla el afín de A, A' dados el eje, la dirección de afinidad y un par de rectas afines r-r'.



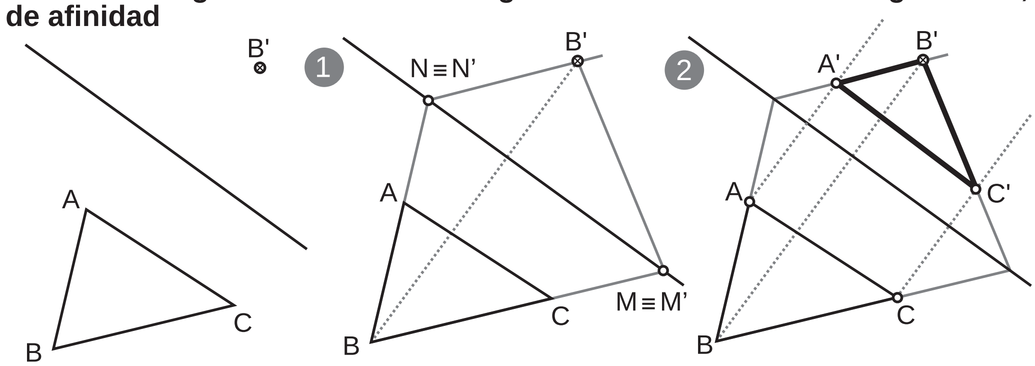
1º- Trazamos una recta cualquiera s, que pase por A y corta a r en B. Obtenemos MM' sobre el eje.

2º- Trazando por B la dirección de afinidad obtenemos B' sobre r'. Unimos M' con B' para obtener s'.

3º- Trazando la dirección de afinidad por A obtenemos sobre s' el afín A'.



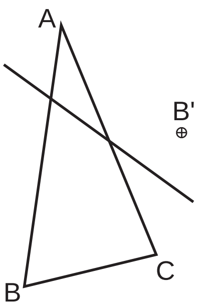
Hallar el triangulo a'b'c' afín al triángulo ABC dado. Datos: triángulo ABC, punto B' Afín a B y eje de afinidad



1º- Prolongamos los lados BA y CD hasta que cortan el eje en los puntos dobles NN' y MM'. A partir de ellos podemos trazar, uniendolos con B', las rectas afines a las que pertenecen los lados afines.

2º- Unimos BB' para obtener la dirección de afinidad según la cual obtenemos A' y C' para completar el triángulo afín.

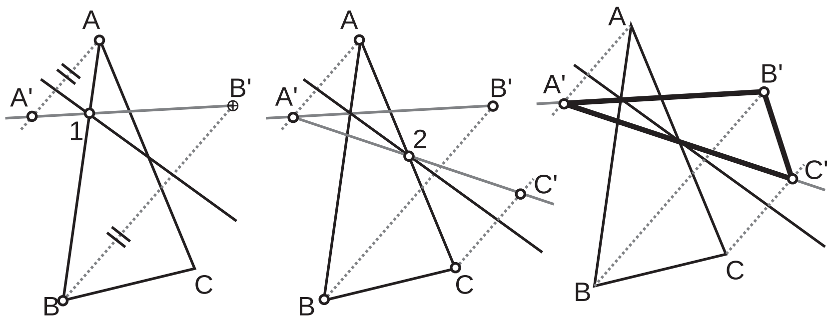
PUNTOS DOBLES:
Hallar el triangulo A'B'C' afín al triángulo ABC dado. Datos: triángulo ABC, punto B' afín de B y eje de afinidad.



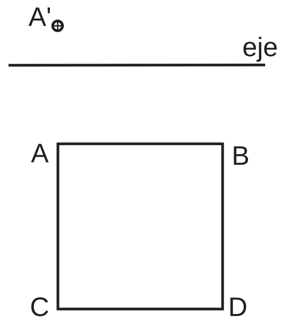
1º- Unimos B' con el punto doble 1 trazamos una paralela por A a la recta BB' (dirección de afinidad), obteniendo A'.

2º- Unimos A' con 2 (punto doble) y por C trazamos la dirección de afinidad, obteniendo C'.

3º- Trazamos el triángulo A'B'C'.

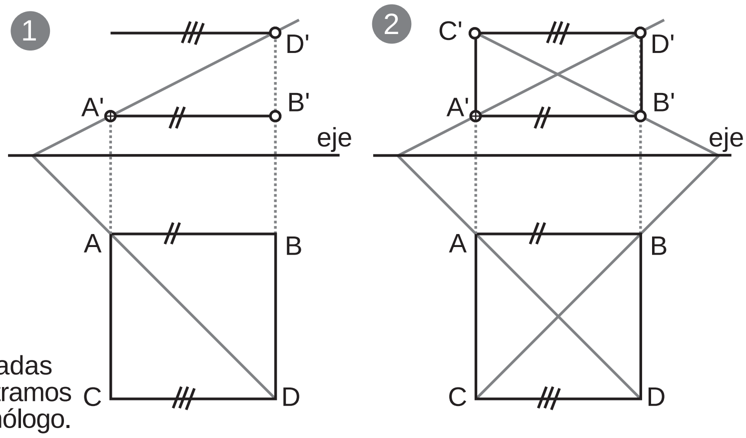


Traza el cuadrilátero afín, A'B'C'D', conocido el par de puntos afines AA'.



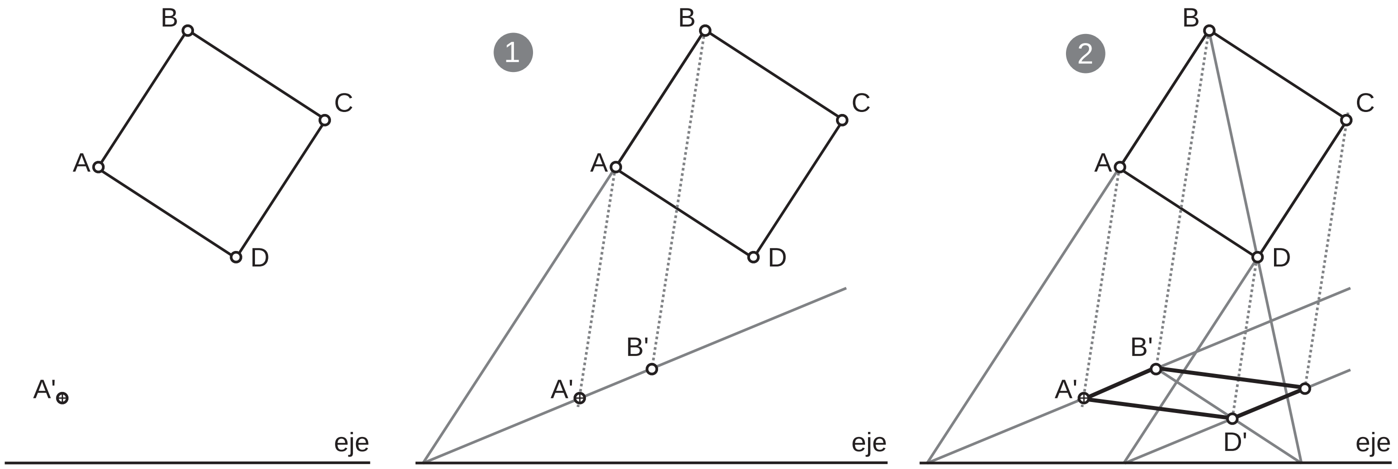
1º- Trazamos la diagonal AD hasta cortar el eje y desde el punto doble pasamos una recta por A' que será su afín. Trazando la direccion AA' por B y D. encontramos sobre la diagonal Afín el punto D'.

A partir de A' Y D' trazamos paralelas aAB y CD (paralelas al eje de afinidad)



2º- Por sobre las homologas de AB y BD (paralelas trazadas por A' y D'), trazando la dirección de afinidad AA' encontramos los puntos B' y C' pudiendo así trazar el cuadrilátero homólogo.

Traza el cuadrilátero afín, A'B'C'D', conocido el par de puntos afines AA'.

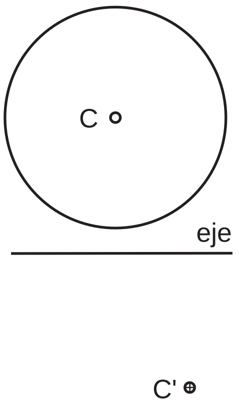


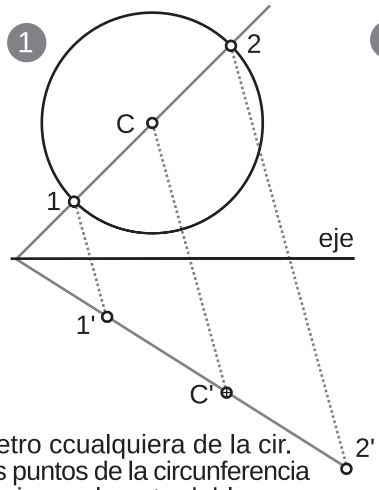
1º- Trazamos la dirección de afinidad AA', prolongamos el segmento AB hasta el eje encontrando el punto doble a partir del cual pasamos una recta por A'. Pasando por B la dirección de afinidad AA' encontramos sobre la recta homóloga el punto B'.

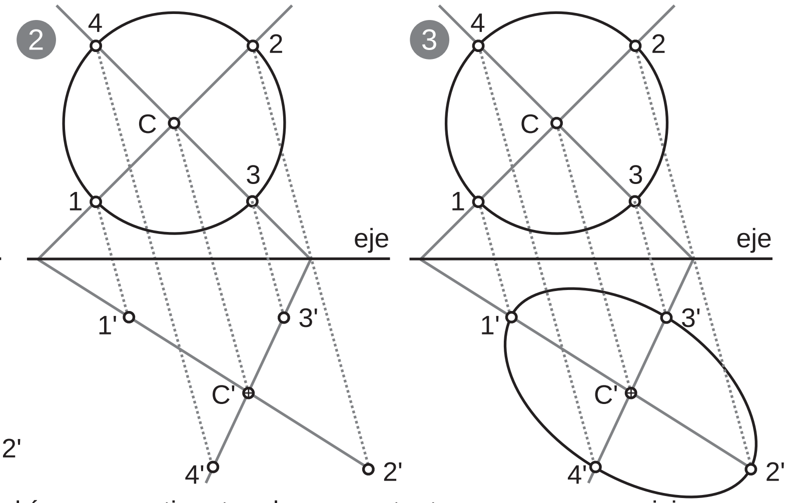
2º- Prolongamos la diagonal BD hasta el eje,obteniendo el punto doble que unimos con B'. Prolongamos DC hasta el eje, obteniendo sobre este el punto doble que unimos con D'. Trazando la dirección de afinidad por C obtenemos sobre la afín de DC el punto afín D'. Podemos así completar el paralelogramo afín.

La figura afín de un paralelogramo siempre es otro paralelogramo. El paralelismo dos a dos de los paralelogramos es una pista importante para obtener figuras afines de este tipo de polígonos.

Traza la figura afín de la circunferencia dada, conociendo el eje de afinidad, su centroC y su afín C'.







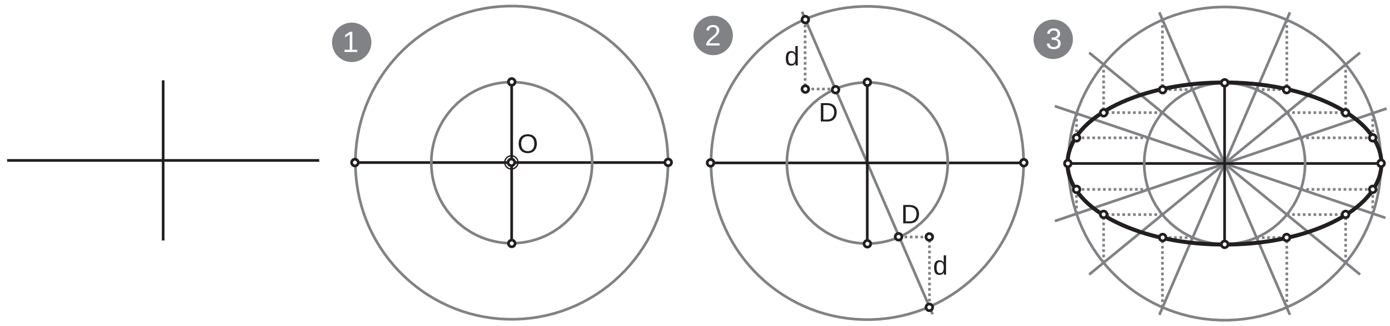
1º-Trazamos un diámetro ccualquiera de la cir. dada obteniendo dos puntos de la circunferencia y el punto doble. Unimos el punto doble con C' para obtener la recta afín del diámetro trazado. Unimos C con C' y trazamos esa dirección por 1 y 2 para obtener sobre el diámetro afín 1' y 2'.

3º- Repetimos la operación con otro diámetro cualquiera de la circunferencia para obtener los afines 3' y 4'.

Podríamos repetir estos dos pasos tantas veces como quisieramos para obtener dos parejas de puntos afines en cada paso. Pero simplemente con dos diámetros obtenemos los diámetros conjugados de la elipse, que nos permiten su trazado por diversos métodos.

3º- Trazamos la elipse (en la ilustración hemos omitido los trazados auxiliares necesarios para ello, existiendo varias alternativas).

Construcción de la elipse dados los ejes (producto de una homotecia y dos afinidades):



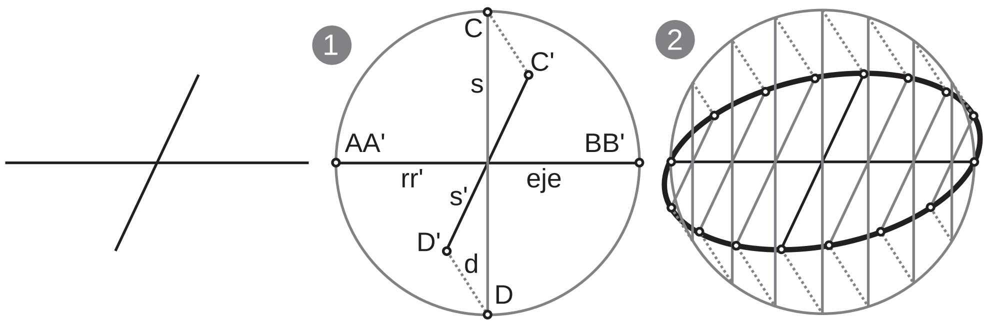
1º- Trazamos dos circunferencias con diámetro el eje mayor y el eje menor. Ambas son homotéticas con centro de homotecia en O. Para transformar la cir. mayor en la elipse tomaremos como eje de afinidad el eje mayor y como dirección de afinidad el eje menor (d). Sucede al contrario con la circunferencia menor, la dirección de afinidad con el resultado será paralela al eje mayor (D)

Los extremos de los ejes mayor y menor son puntos pertenecientes a la elipse.

2º- Trazamos un diámetro que corta a ambas circunferencias trazadas. A partir del punto de intersección de diámetro con la circunferencia menor trazamos una paralela al eje mayor, a partir de la intersección con la circunferencia mayor trazamos una paralela al eje menor. El punto de intersección de ambas paralelas es un punto de la elipse. Podemos repetir este paso dos veces en cada diámetro.

3º- Repetimos la operación tantas veces como pares de puntos de la elipse queramos. Y Unimos a mano alzada los puntos hallados.

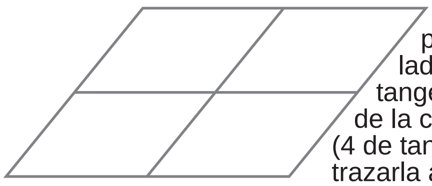
Construcción de la elipse por afinidad dados los diámetros conjugados:



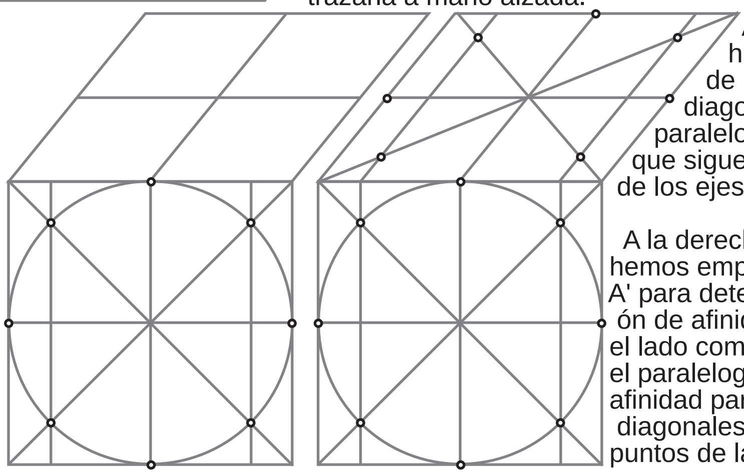
1º- Trazamos una circunferencia cuyo diámetro es el diámetro conjugado mayor con centro en la intersección de ambos diámetros conjugados. Y trazamos a la circunferencia un diámetro perpendicular (s) al diámetro conjugado mayor (r). El eje de afinidad es coincidente con r y r'. Por lo que los puntos AA' y BB' son dobles y pertenecientes a la elipse. El extremo de s' es la recta afín de s y encontraremos C' y D' en sus extremos y de este modo también encontramos la dirección de afinidad d.

2º- Trazando paralelas a s y s' concurrentes en el eje de afinidad y trazando la dirección de afinidad pasando por los puntos de la circunferencia desde las paralelas a s encontraremos sobre las paralelas a s' puntos afines de la circunferencia que pertenecen a la elipse afín.

Construcción de la elipse por afinidad dados los diámetros conjugados o la caja axonométrica:



Dado que la elipse es una circunferencia vista en perspectiva podemos dibujar, pegado al paralelogramo (o caja axonométrica) un cuadrado a partir de uno de los lados del paralelogramo. En dicho cuadrado podemos inscribir una circunferencia tangente al cuadrado por sus puntos medios y encontrar cuatro puntos de intersección de la circunferencia con las diagonales del cuadrado. Se trata de localizar esos 8 puntos (4 de tangencias y 4 de intersecciones con las diagonales) pertenecientes a la elipse para trazarla a mano alzada.



A la izquierda vemos como hemos hallado los puntos de la elipse trazando las diagonales del paralelogramo y unas rectas que siguen las direcciones de los ejes axonométricos.

A la derecha sin embargo, hemos empleado el vértice A-A' para determinar la direcci-ón de afinidad y la charnela, el lado comun del cuadrado y el paralelogramo como eje de afinidad para determinar las diagonales afines y los puntos de la elipse.